

- 作业讲解

- UD第10章问题2、4、5、8

- UD第11章问题3、7、8、9

- UD第12章问题10、13b、16、20、22、23

- 补充题

- UD第27章项目4

# UD第10章问题2b

- 自反、不对称、不传递
  - $\{ \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle \}$
  - $\{ \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 1,4 \rangle \}$
  - 这些例子正确吗?

# UD第11章问题3a

- 它是一个划分吗？
  - 不能只答是/否，要给出理由（证明）
- 证明 $A_r$ 是一个划分（满足三个条件）
  1.  $\forall r \in \mathbb{R}, A_r$  “显然” 不为空集

首先，不能漏证这个条件

其次，如何将这个“显然”用数学语言写出？

# UD第12章

- 不能想当然利用常识
- 每一步推导都要有公理、定理等作为依据

# UD第12章问题10

a) 一种证明:

$$\because \sup(S \cup T) = \max\{\sup(S), \sup(T)\}$$

∴.....

– 这是一个显然的定理吗?

b) 如何证明这个等式?

–  $\geq$ : 由(a)的结论可得

–  $\leq$ : 利用上确界的定义

# UD第12章问题20

- 反证法

假设  $\infty \in \mathbb{R}$

则由Corollary 12.10:  $\exists n \in \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}, n > \infty$

但由题设:  $n \leq \infty$

矛盾, 证毕

# UD第12章问题22

(1)如果 $a \leq 0$ : 则令 $b = \sqrt{2}$ ,得证

(2)如果 $a > 0$ : 由定理12.9,  $\exists n \in \mathbb{Z}^+, (a < n\sqrt{2})$

令 $b = n\sqrt{2}$

以下证明 $b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ , 用反证法

如果 $b \in \mathbb{Q}$ , 则 $\sqrt{2} = \frac{b}{n} \in \mathbb{Q}$ , 与 $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ 矛盾

得证

# UD第12章问题23

由定理12.11,  $\exists d \in Q, \left( \frac{a}{\sqrt{2}} < d < \frac{b}{\sqrt{2}} \right)$

令  $c = \sqrt{2}d$ , 则  $a < \sqrt{2}d < b$

以下证明  $c \in R \setminus Q$ , 用反证法

如果  $c \in Q$ , 则  $\sqrt{2} = \frac{c}{d} \in Q$ , 与  $\sqrt{2} \in R \setminus Q$  矛盾

得证



# 补充题3

- R是传递的 iff.  $R^n \subseteq R$ 
  - $\rightarrow$ : 数学归纳法
    - $R^1 = R$
    - $R^n = R^{n-1} \circ R$
  - $\leftarrow$ : 取  $n=2$

- 教材讨论  
– DH第4章

# 问题1： 搜索和遍历的应用

An arithmetic expression formed by non-negative integers and the standard unary operation “ $-$ ” and the binary operations “ $+$ ”, “ $-$ ”, “ $\times$ ”, and “ $/$ ”, can be represented by a binary tree as follows:

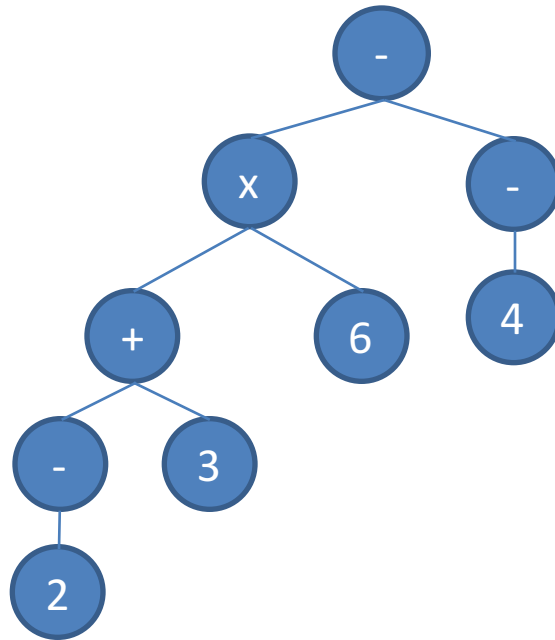
- An integer  $I$  is represented by a leaf containing  $I$ .
- The expression  $-E$ , where  $E$  is an expression, is represented by a tree whose root contains “ $-$ ” and its single offspring is the root of a subtree representing the expression  $E$ .
- The expression  $E * F$ , where  $E$  and  $F$  are expressions and “ $*$ ” is a binary operation, is represented by a tree whose root contains “ $*$ ”, its first offspring is the root of a subtree representing the expression  $E$  and its second offspring is the root of a subtree representing  $F$ .

Note that the symbol “ $-$ ” stands for both unary and binary operations, and the nodes of the tree containing this symbol may have outdegree either 1 or 2.

- 你能写出这个算式对应的树吗？  
 $(-2+3)\times 6 - (-4)$

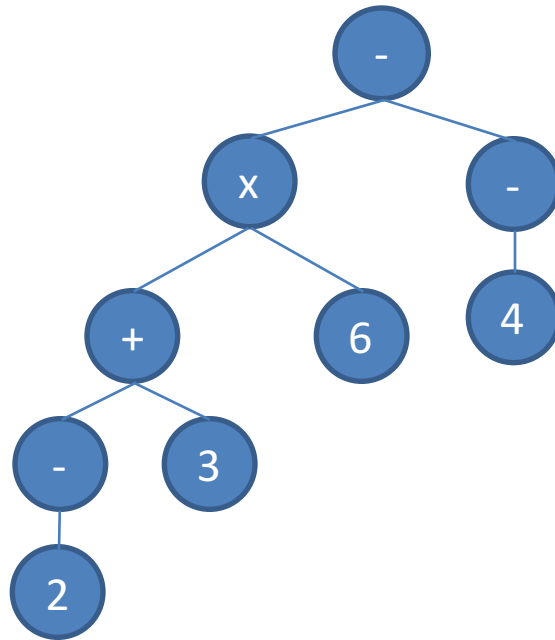
# 问题1: 搜索和遍历的应用 (续)

- $(-2+3)\times 6-(-4)$



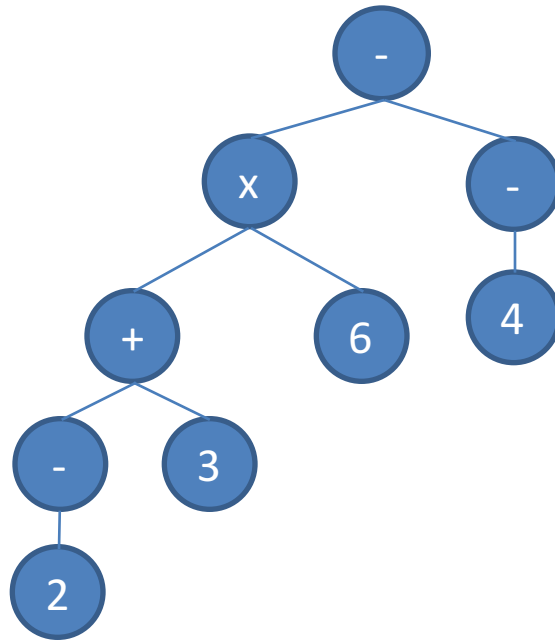
# 问题1: 搜索和遍历的应用 (续)

Design an algorithm that checks whether a given tree represents an arithmetic expression.



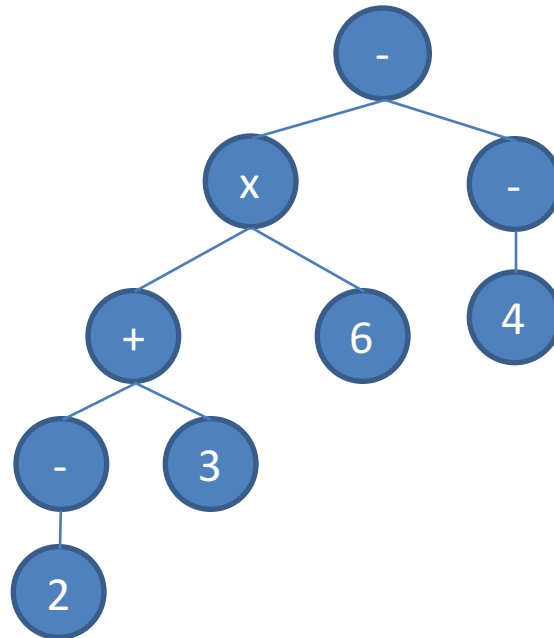
# 问题1: 搜索和遍历的应用 (续)

Design an algorithm that calculates the value of an arithmetic expression, given its tree representation. Note that division by zero is undefined.



# 问题1：搜索和遍历的应用 (续)

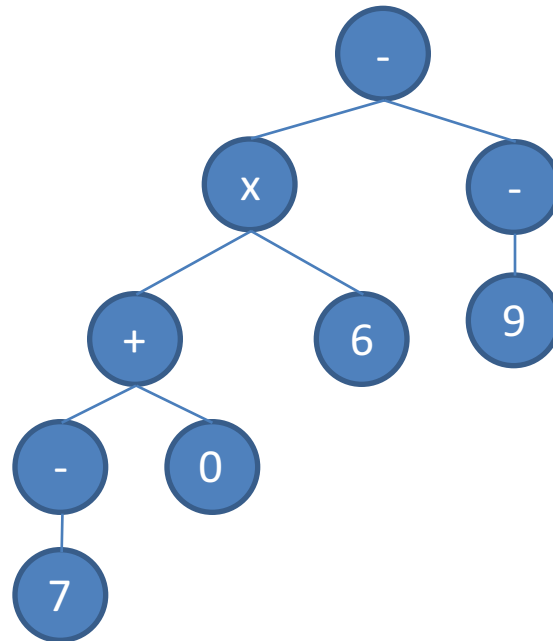
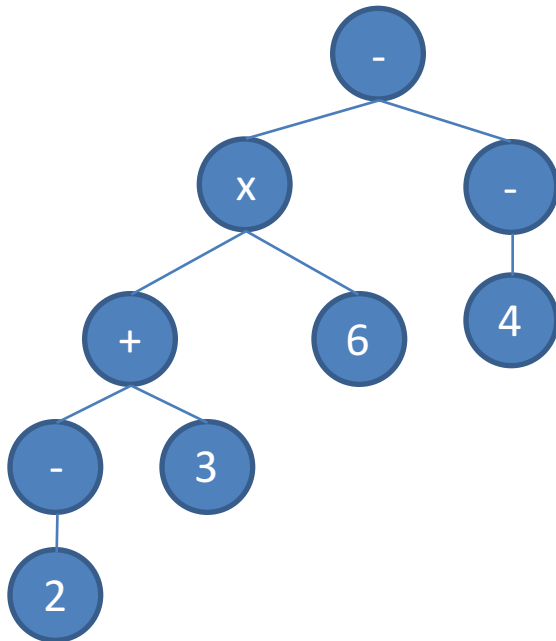
Extend your algorithm to first print the expression represented by the input tree, followed by the equality sign “=” and its evaluation. The printed expression should be fully parenthesized, i.e., a pair of matching parentheses should embrace every application of a binary operation.



# 问题1: 搜索和遍历的应用 (续)

We say that two arithmetic expressions  $E$  and  $F$  are *isomorphic*, if  $E$  can be obtained from  $F$  by replacing some non-negative integers by others. For example, the expressions  $(2 + 3) \times 6 - (-4)$  and  $(7 + 0) \times 6 - (-9)$  are isomorphic, but none of them is isomorphic to any of  $(-2 + 3) \times 6 - (-4)$  and  $(7 + 0) + 6 - (-9)$ .

Design an algorithm that checks whether two expressions are isomorphic, given their tree representation.

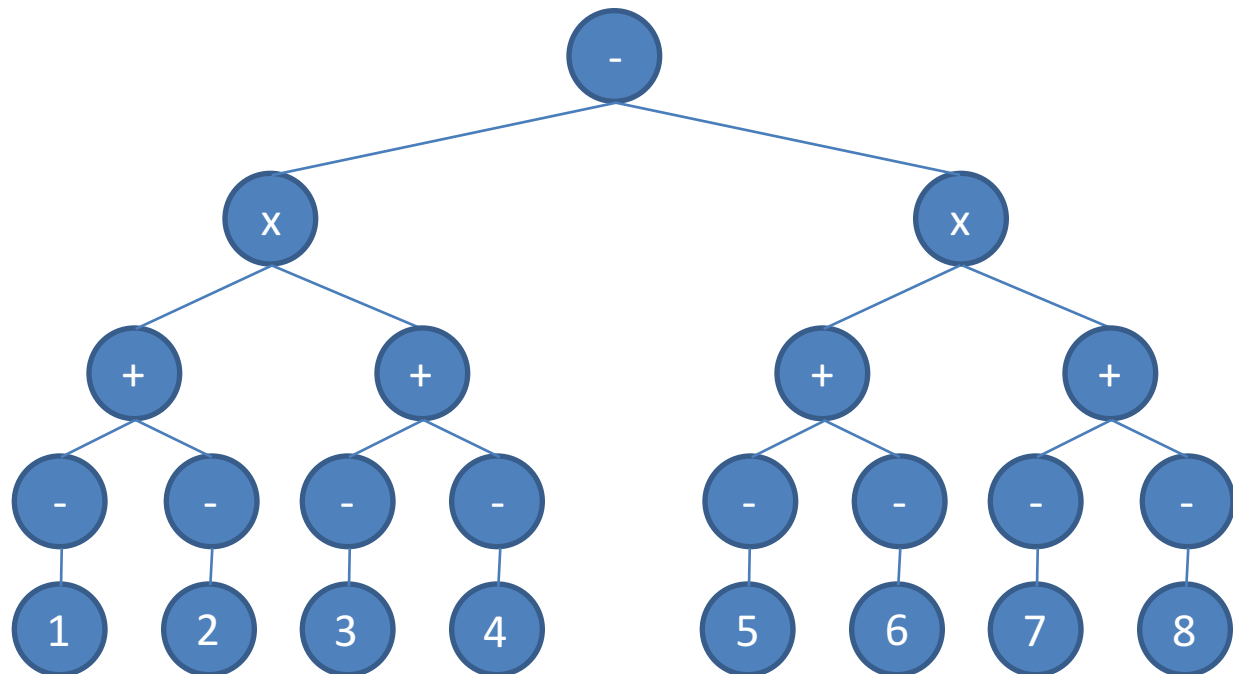




# 问题1: 搜索和遍历的应用 (续)

An expression  $E$  is said to be *balanced*, if every binary operation in it is applied to two isomorphic expressions. For example, the expressions  $-5$ ,  $(1 + 2) * (3 + 5)$  and  $((-3)/(-4))/((-1)/(-100))$  are balanced, while  $12 + (3 + 2)$  and  $3 * (-3)$  are not.

Design an algorithm that checks whether an expression is balanced, given its tree representation.



## 问题2： 算法方法的应用

- 组队拔河问题： 天庭组织拔河比赛，取经队选拔人员参加，人数不限，但要求总体重不超过300斤，如何组队最优？

	体重 (W)	力量 (P)
悟空	90	240
八戒	140	270
唐僧	100	210
白龙马	150	280
悟净	120	240

## 问题2： 算法方法的应用 (续)

- 你理解穷举搜索法了吗？
- 你能用穷举搜索法找到最优组队吗？
- 请写出伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
悟空	90	240
八戒	140	270
唐僧	100	210
白龙马	150	280
悟净	120	240

## 问题2： 算法方法的应用 (续)

- 你能改进穷举搜索法，使其避免检查很多明显不可行的组队吗？
- 请写出改进后的伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
悟空	90	240
八戒	140	270
唐僧	100	210
白龙马	150	280
悟净	120	240

## 问题2： 算法方法的应用 (续)

- 你理解贪心法了吗？
- 你能用贪心法找到最优/较优组队吗？
  - 你能想到几种贪心策略（从什么角度“贪”）？
- 请写出伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
悟空	90	240
八戒	140	270
唐僧	100	210
白龙马	150	280
悟净	120	240

## 问题2： 算法方法的应用 (续)

- 你理解动态规划法了吗？
- 你能用动态规划法找到最优组队吗？
- 请写出伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
悟空	90	240
八戒	140	270
唐僧	100	210
白龙马	150	280
悟净	120	240