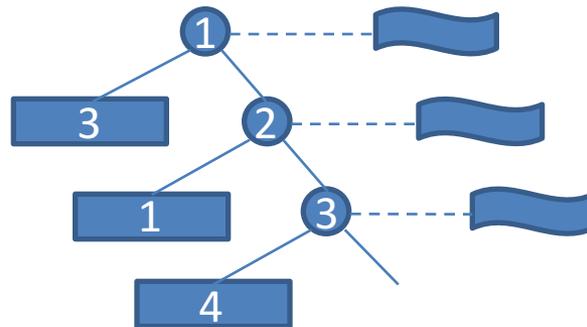


- 作业讲解

- DH第4章练习1、2、8、9、11、12、13、14

DH第4章练习1

- (a) $A[i,2]$ is the **label** of his or her manager.
 - if ($A[i,1] > A[i,2]$) ...
 - 这样对吗?
- (b) 树的结构



DH第4章练习2

- 如何遍历一棵树

```
search (Node n) {  
    for (int i=0; i<n.childrenNum; i++) {  
        search (n.child[i]);  
    }  
}
```

```
CALL search(root);
```

DH第4章练习2a

- 节点深度之和

```
int sum=0;
```

```
search (Node n, int depth) {
```

```
    sum+=depth;
```

```
    for (int i=0; i<n.childrenNum; i++) {
```

```
        search (n.child[i], depth+1);
```

```
    }
```

```
}
```

```
CALL search(root, 0);
```

DH第4章练习2b

- 深度为K的节点数

```
int count=0;
search (Node n, int depth) {
    if (depth==K) count++;
    for (int i=0; i<n.childrenNum; i++) {
        search (n.child[i], depth+1);
    }
}
```

```
CALL search(root, 0);
```

DH第4章练习2c

- 是否有偶数深度的叶节点

```
bool answer=false;
```

```
search (Node n, int depth) {
```

```
    if (n.childrenNum==0 && depth%2==0) answer=true;
```

```
    for (int i=0; i<n.childrenNum; i++) {
```

```
        search (n.child[i], depth+1);
```

```
    }
```

```
}
```

```
CALL search(root, 0);
```

DH第4章练习11(b)

- 分治方法

设数组 $A[1\dots N]$, $N > 2$

Search(A, L, R)

if(R-L==2)

if(A[R]>A[L]) swap(A[R], A[L])

return A[L], A[R]

else

M=(L+R)/2

MAX11, MAX12= Search(A, L, M)

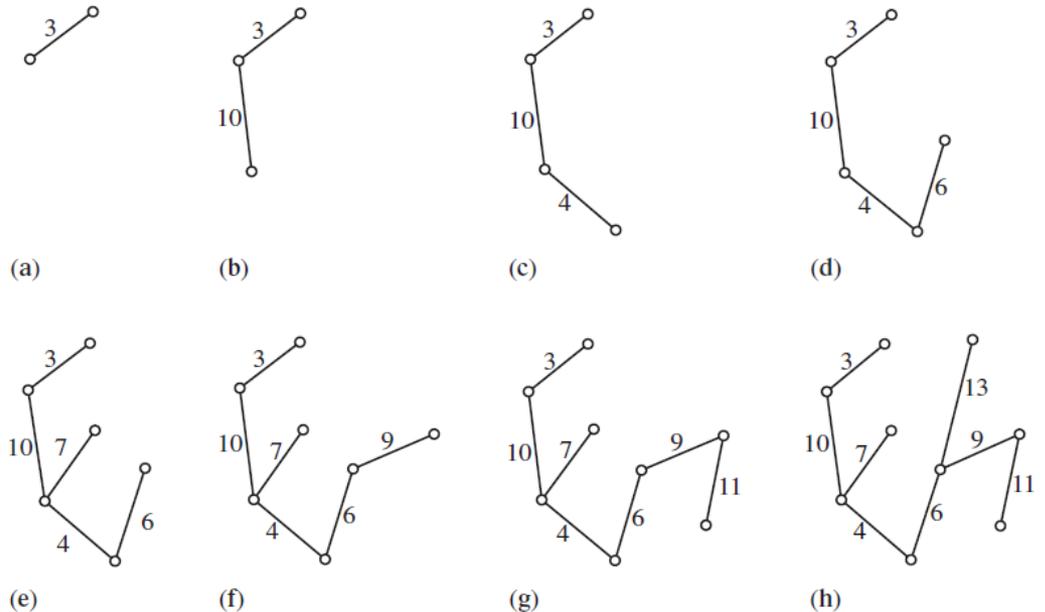
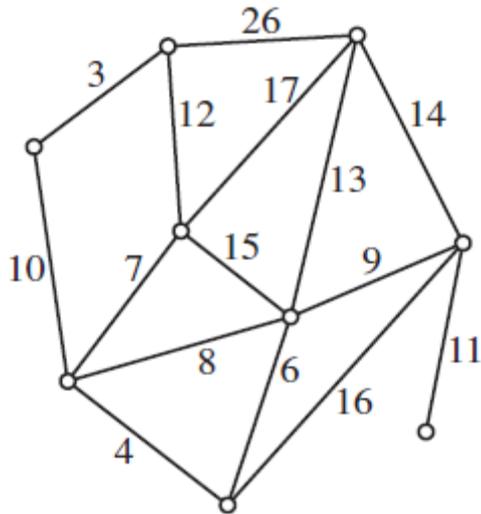
MAX21, MAX22= Search(A, M+1, R)

return max(MAX11, MAX21), max(MAX12, MAX22)

这样对吗?

DH第4章练习12

- Kruskal算法：反复添加全局的最小边
- Prim算法：从任意点开始，反复添加相邻的最小边
 - 特例：教材中的算法



DH第4章练习13

- 0-1 Knapsack

$$f_m(\hat{c}) = \begin{cases} f_{m-1}(\hat{c}) & \text{for } \hat{c} = 0, \dots, w_m - 1; \\ \max (f_{m-1}(\hat{c}), f_{m-1}(\hat{c} - w_m) + p_m) & \text{for } \hat{c} = w_m, \dots, c. \end{cases}$$

- Bounded Knapsack

$$f_m(\hat{c}) = \max \{ f_{m-1}(\hat{c} - lw_m) + lp_m : l \text{ integer, } 0 \leq l \leq \min(b_m, \lfloor \hat{c}/w_m \rfloor) \}$$

– 或者：转换成0-1 Knapsack

- 教材讨论
 - UD第20、21、22、23章

问题1：等势和有限集合

- 什么叫做集合的等势 (equivalence)?
 - 直观上是什么意思?
 - 数学本质又是什么?
- 如何利用等势来定义集合的有限和无限?
- 什么叫做有限集合的势 (cardinality)?

问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？

问题1：等势和有限集合 (续)

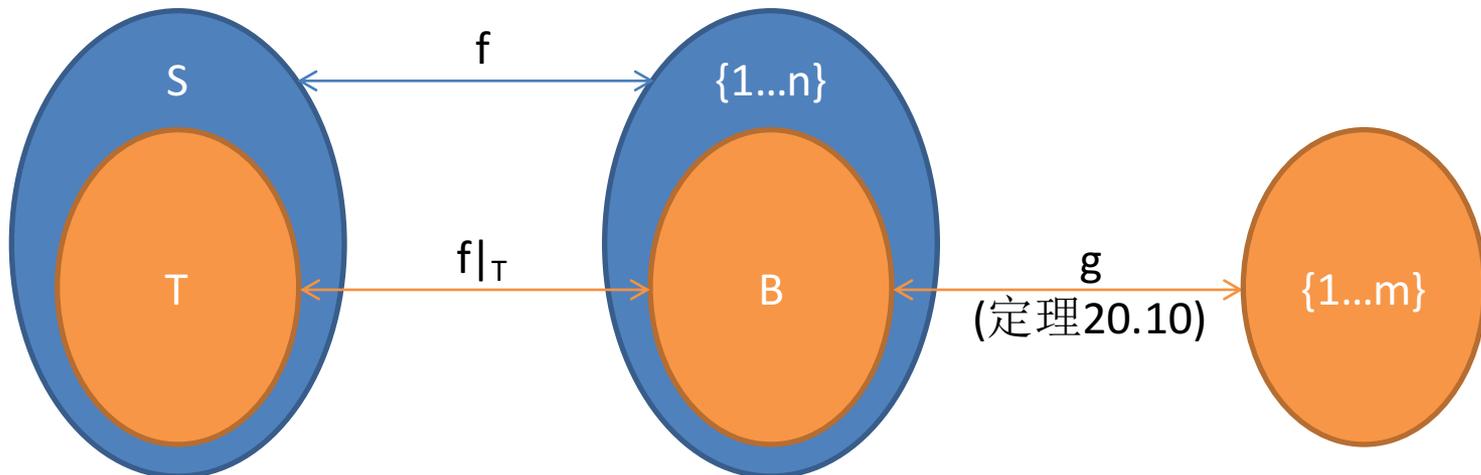
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）

问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）
- 为什么？

问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）
- 你能结合这个图来证明推论20.11吗？



问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）
- 留作作业

问题2：无限集合

- 通过定理21.3的证明过程，你掌握了证明集合无限的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是无限的？

问题2：无限集合

- 通过定理21.3的证明过程，你掌握了证明集合无限的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是无限的？
 - 与另一个无限集合等势
 - 无限集合的超集也是无限集合

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？

问题3：可数集合

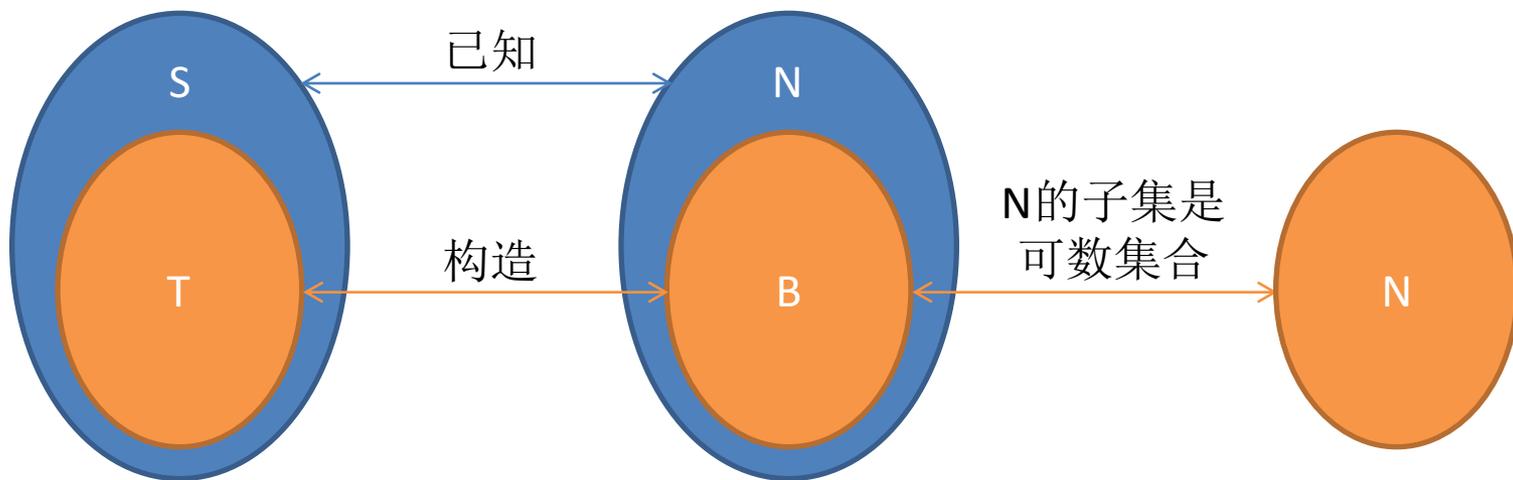
- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbf{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbf{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbf{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 为什么 \mathbb{N} 的子集是可数集合？
你能简要解释定理22.2的证明思路吗？

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 你能仿造之前的做法，画一个图来证明吗？



问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 为什么可以只要求是单射而不要求是满射？你能构造合适的单射，来证明 $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ 和 \mathbb{Q} 是可数集合吗？

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 你能将定理22.6的证明过程泛化吗？

问题4：不可数集合

- 通过定理22.12的证明过程，你掌握了证明集合不可数的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是不可数的？

问题4：不可数集合

- 通过定理22.12的证明过程，你掌握了证明集合不可数的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是不可数的？
 - 与另一个不可数集合等势
 - 不可数集合的超集也是不可数集合

问题5: metric

- 你理解metric函数的三大特征了吗？
 - 正定性、对称性、三角不等式
- 你能在这些集合上定义出一些有意义的metric吗？
 - 所有实数
 - 所有n维向量
 - 所有有限集合
 - 所有字符串