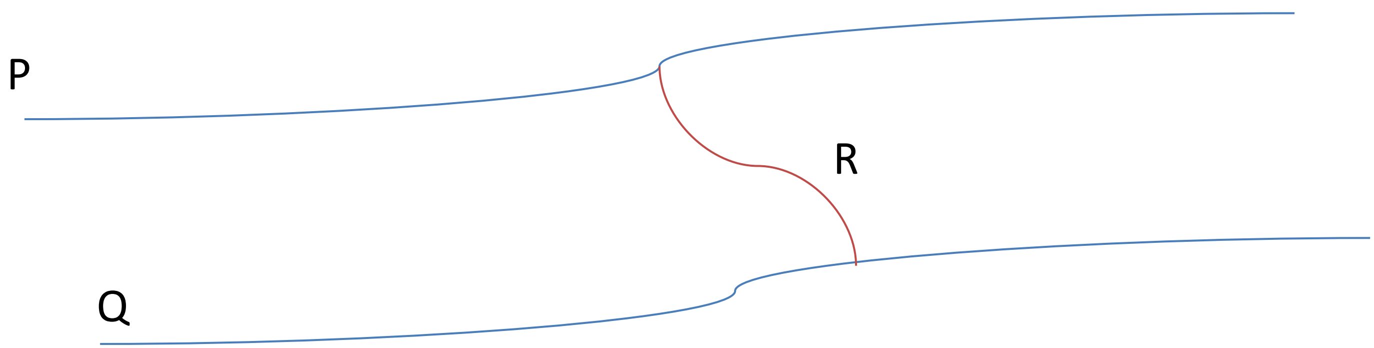
- 作业讲解
  - GC第1.1节练习6、8、10
  - GC第1.2节练习14、16、17、20
  - GC第1.3节练习22、23、25
  - GC第1.4节练习30、31
  - GC第2.1节练习6、7、9、10、13、15
  - GC第2.2节练习20、25、27、28
  - GC第3.1节练习6、9、11、13

GC第1.2节练习17

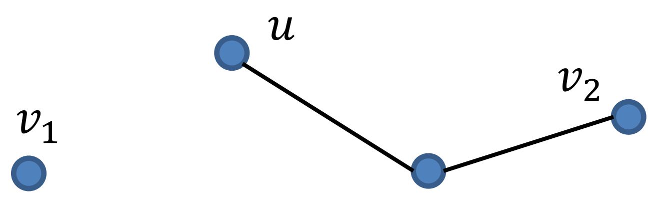
- Prove that if P and Q are two longest paths in a connected graph, then P and Q have at least one vertex in common.



  - 反证法：假设P和Q不相交，不失一般性，再假设|P|>=|Q|。
    则P、Q包含两点p、q，之间有路R与P、Q不相交且包含至少1条边。
    P中较长一段、R、Q中较长一段组成路径长度>Q，与Q最长矛盾。

GC第1.3节练习22

- Let G be a disconnected graph… Prove that if u and v are any two vertices of $\bar{G}$, then $d_{\bar{G}}(u,v) = 1$ or $d_{\bar{G}}(u,v) = 2$.



  - 如果u, v在G中属于不同的连通分支，则$d_{\bar{G}}(u,v) = 1$。
  - 如果u, v在G中属于相同的连通分支，则$d_{\bar{G}}(u,v) <= 2$。

- 教材讨论
  - GC第4章第1、2、3节

问题1：树的等价定义

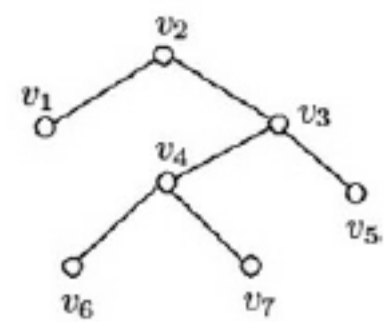
- 你能解释这些定义为什么等价吗？
  - **Theorem 4.8** *Let G be a graph of order n and size m. If G satisfies any two of the properties:*

    $$(1)\ G \text{ is connected}, \quad (2)\ G \text{ is acyclic}, \quad (3)\ m = n - 1,$$

    then G is a tree.
  - *G* is a connected graph, every edge of which is a bridge.
  - Every two vertices are connected by a unique path.
  - *G* is acyclic, but contains exactly one cycle after adding any edge.

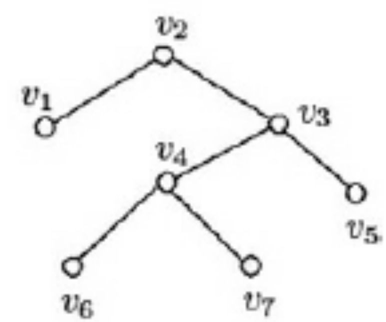
问题2：树的其它性质

- 树的顶点存在一种排序，使得每个顶点之前有且只有一个邻居。为什么？
- 你能给出一种算法，生成所有符合要求的排序吗？



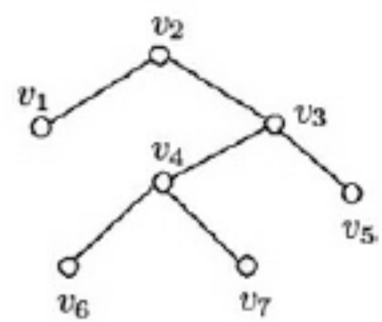
问题2：树的其它性质 (续)

- 包含n个顶点的树中，叶子数占比的上下界分别是多少？



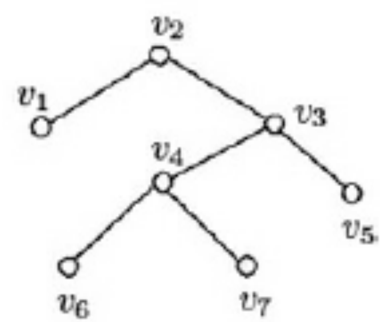
问题2：树的其它性质 (续)

- 顶点的离心率：到其它顶点距离的最大值。
  中心：离心率最小的顶点。
  树的中心最多有几个？



问题2：树的其它性质 (续)

- 树有没有可能同时也是这些特殊的图
  - 平凡图
  - 完全图
  - 正则图
  - 二部图
  - 完全二部图

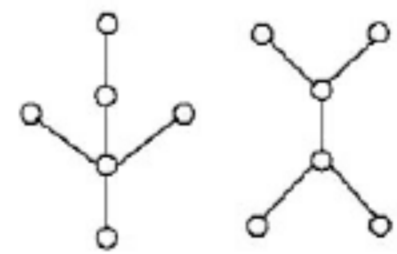


问题2：树的其它性质 (续)

- 你能不能找出这样一些图，包含至少4个顶点，其中任意3个顶点的导出子图都是树。

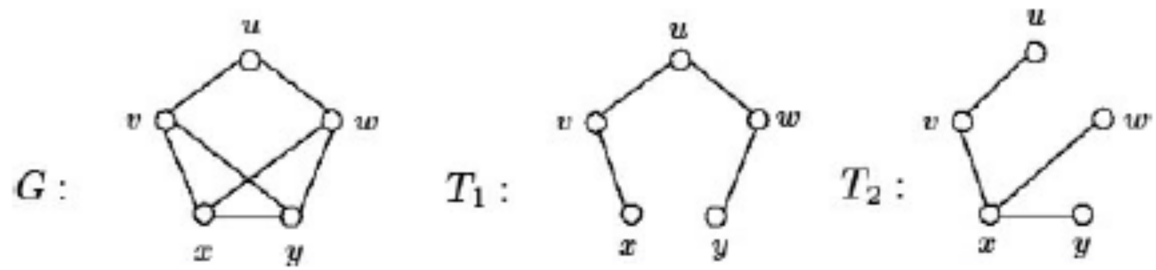
问题2：树的其它性质 (续)

- 你能给出一种（多项式时间）算法，判断两棵树是否同构吗？



问题3：生成树

- 什么叫做生成树？
- 每个连通图都有至少一棵生成树。为什么？
- 如果图G有2棵不同的生成树T_1和T_2，那么一定可以将T_1中的任意一条边替换为T_2中的某条边，结果仍是生成树。为什么？
- 图G的任意子图H，如果是树，那么一定是某棵生成树的子图。为什么？



问题3：生成树 (续)

- 生成树的数量