

第 2 讲: 什么样的推理是正确的?

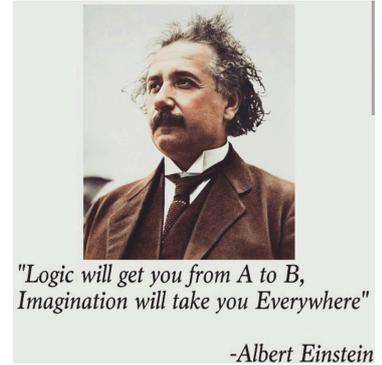
姓名: 马骏 学号: 99149102

评分: _____ 评阅: _____

2021 年 9 月 23 日

请独立完成作业, 不得抄袭。
若得到他人帮助, 请致谢。
若参考了其它资料, 请给出引用。
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

- 消除对“符号”的恐惧
- 培养与“逻辑”的亲密情感



1 作业 (必做部分)

题目 (改编自 UD Exercise 2.1: Propositions)

以下哪些是命题? 请简要说明理由。

- (1) $X + 6 = 0$
- (2) $X = X$
- (3) 哥德巴赫猜想
- (4) 今天是雨天
- (5) 明天是晴天
- (6) 明天是周二
- (7) 这句话是假话

解答:

题目 (关于笛卡尔的一则笑话: Joke)

笛卡尔是法国著名哲学家、物理学家、数学家、神学家。有一天, 他走进一家酒吧。酒吧服务员问, “要来一杯吗? ”。笛卡尔说, “I think not”^①。话音刚落, 笛卡尔消失了。

- (1) 请问, 这则笑话的笑点在哪^②?
- (2) 请问, 这则笑话在逻辑上是否有漏洞?

解答:



图 1: René Descartes (1596 ~ 1650)

- ① 嗯, 在这道题里, 笛卡尔讲英语。
- ② 想想笛卡尔说过什么 (英文版本)?

题目 (UD Problem 2.5: Truth Table)

解答:

题目 (UD Problem 2.7 (a, c, f): Negation)

解答:

题目 (UD Problem 2.16: Liar)

解答:

题目 (UD Problem 3.3 (d): Contrapositive and Converse)

解答:

题目 (UD Problem 3.10: Breakfast)

解答:

题目 (UD Problem 3.12: Truth Table)

解答:

题目 (UD Problem 4.1: Formalization)

解答:

题目 (两种连续性: Continuity)

A function f from \mathbb{R} to \mathbb{R} is called

- *pointwise continuous* if for every $x \in \mathbb{R}$ and every real number $\epsilon > 0$, there exists real $\delta > 0$ such that for every $y \in \mathbb{R}$ with $|x - y| < \delta$, we have that $|f(x) - f(y)| < \epsilon$.
- *uniformly continuous* if for every real number $\epsilon > 0$, there exists real $\delta > 0$ such that for every $x, y \in \mathbb{R}$ with $|x - y| < \delta$, we have that $|f(x) - f(y)| < \epsilon$.

(1) 请用一阶谓词逻辑公式表示上述定义。

(2) 请比较两种连续性的“强弱”关系, 并举例说明。

解答:

题目 (UD Problem 4.5 (j, k): Negation)

解答:

题目 (UD Problem 4.9 (a, c): Negation)

解答:

题目 (UD Problem 4.20: Prove/Disprove)

解答:

2 作业 (选做部分)

题目 (Hilbert 式的命题逻辑推理系统)

我们平常使用的推理系统是自然推理系统。本题介绍另一种推理系统, 称为 Hilbert 式的推理系统。它的特点是有多条公理, 但只有一条推理规则, 而且推理是线性的。对于本题而言, 我们只需要使用其中两条公理 (其中, α, β, γ 为任意命题):

(a) $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$



图 2: David Hilbert (1862 ~ 1943)

(b) $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$

推理规则是: 从 α 与 $\alpha \rightarrow \beta$, 可以推出 β 。

问题: 请在上述公理系统内^③ 证明 $\alpha \rightarrow \alpha$ 。

^③ 这意味着, 你能且仅能使用该系统中规定的公理以及推理规则。

解答:

3 Open Topics

Open Topics 1 (自然推理系统)

请结合 Coq [Logic.v](#) 介绍命题逻辑的自然推理系统 (Designed by Gerhard Gentzen)。

参考资料:

- [Logic.v](#) in Coq
- [Natural Deduction for Propositional Logic @ cs.cornell.edu](#)
- [Natural Deduction for Propositional Logic @ leanprover.github.io](#)
- [Natural Deduction for First Order Logic @ leanprover.github.io](#)

解答:

Open Topics 2 (前束范式)

介绍一阶谓词逻辑中的前束范式 (Prenex Normal Form), 如:

- 定义
- 转换方法与举例
- 用途简介

参考资料:

- [Prenex normal form @ wiki](#)

解答:

4 订正

5 反馈

你可以写^④:

- 对课程及教师的建议与意见
- 教材中不理解的内容
- 希望深入了解的内容
- ...

^④ 优先推荐 [ProblemOverflow](#)



图 3: Gerhard Gentzen (1909 ~ 1945)