

第 13 讲: 布尔代数

姓名: 魏恒峰 学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: _____ 评阅: _____

2020 年 2 月 12 日

请独立完成作业, 不得抄袭。
若得到他人帮助, 请致谢。
若参考了其它资料, 请给出引用。
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

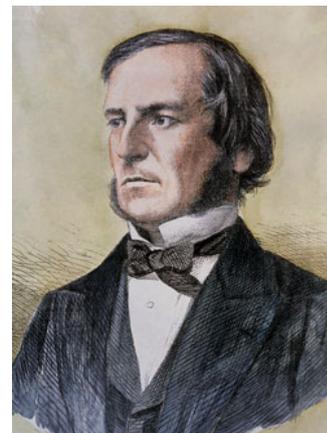


图 1: George Boole

1 作业 (必做部分)

题目 1 (Definition)

请证明: A bounded, distributive, and complemented lattice is a Boolean algebra.

解答:

题目 2 (D_n)

请证明: D_n (定义见阅读材料 Example 15.1 (c)) 是 Boolean algebra 当且仅当 $n = p_1 p_2 \cdots p_k$ (for some k), 这里 p_i 皆为素数且互异。

解答:

题目 3 (Atom)

设 B 为 Boolean algebra, 对于任意元素 $a \in B$, 定义 $\text{Atom}(a) = \{x \leq a \mid x \text{ is an atom}\}$ 。
现假设 B 为有穷 Boolean algebra。请证明:

$$\forall a \in B : a \neq 0 \implies \text{Atom}(a) \neq \emptyset.$$

解答:

题目 4 (Isomorphic)

请证明: 有穷且等势的 Boolean algebras 均同构。

解答:

2 作业 (选做部分)

题目 1 (Isomorphic)

是否任何 Boolean Algebra 都与某个幂集 Boolean Algebra 同构? 请证明或给出反例。

解答:

3 Open Topics

Open Topics 1 (Karnaugh map)

以三变量为例, 介绍卡诺图的应用与基本原理。

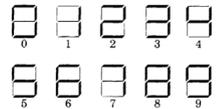
参考资料:

- [Karnaugh map @ wiki](#)
- 课程阅读材料 Section 15.12

Open Topics 2 (Circuit Design)

为了在液晶显示器上显示数字 0 ~ 9, 我们通常设置 7 个液晶段 $a \sim g$ 。请设计数字电路, 实现该显示器的功能。

提示: 该电路有 4 个输入信号, 7 个输出信号。如右图所示。



4 反馈