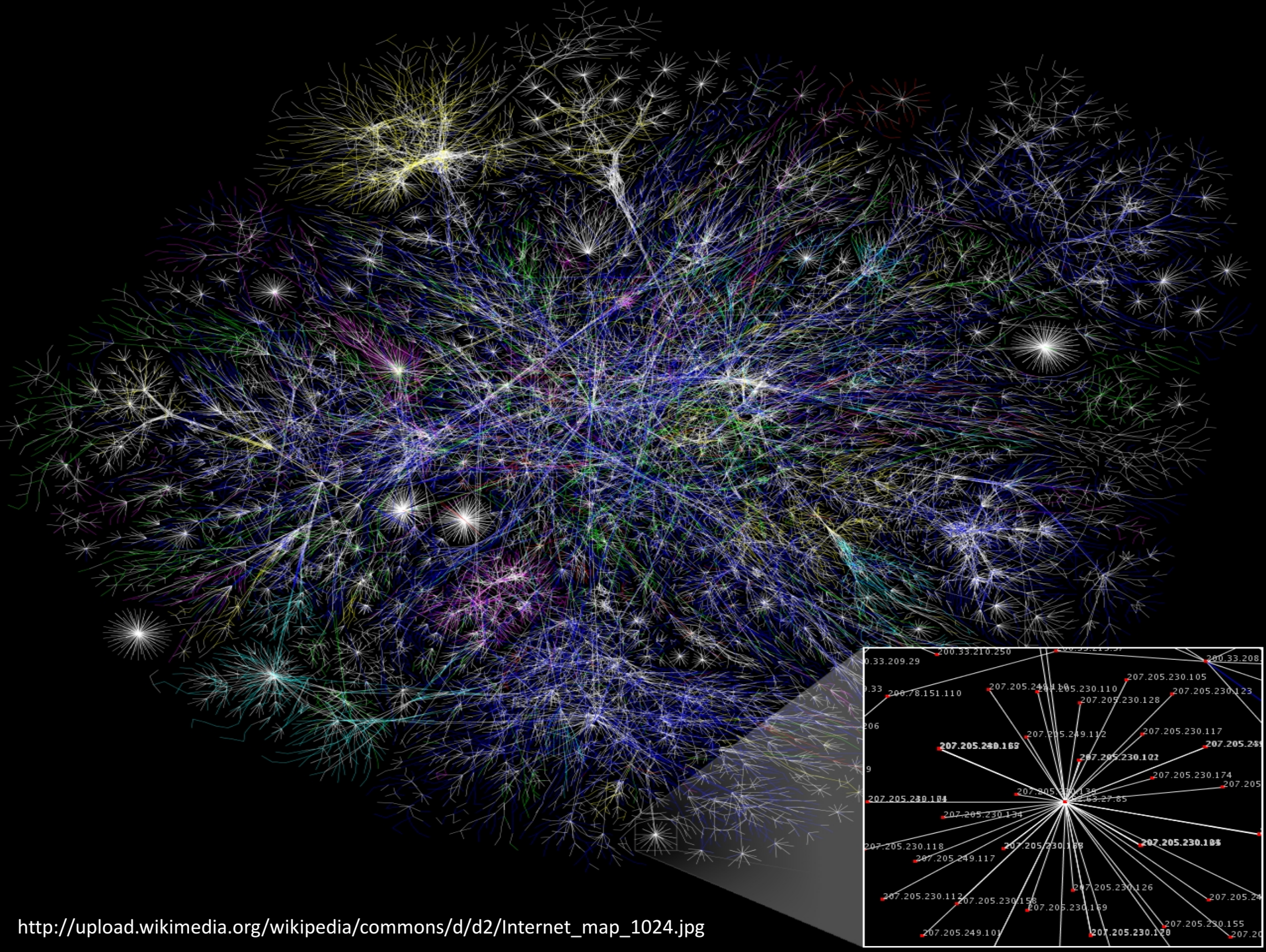


- 教材讨论
 - GC第5章第1、2、3节
 - GC第6章第1、2节

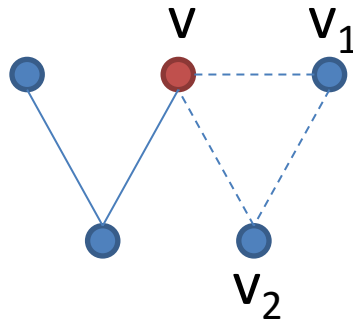


http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d2/Internet_map_1024.jpg

问题1：割点和割边

这是割点的几种等价定义，你能证明它们的等价性吗？

1. v 是 G 的割点。
2. $G-v$ 不连通。
3. 存在 $V(G)\setminus\{v\}$ 的一个划分： $V(G)\setminus\{v\}=U\cup W$ ， $U\cap W=\emptyset$ ，使得对 $\forall u\in U$ 和 $\forall w\in W$ ， v 在每条 $u-w$ 路上。
4. 存在 $u, w\in V(G)$ ，使得 u, w 异于 v ，且 v 在每条 $u-w$ 路上。

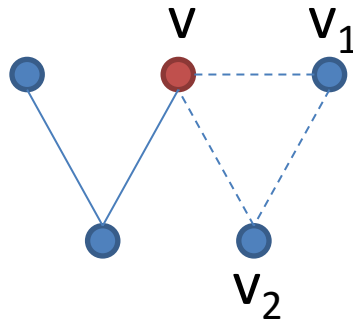


实际上，非连通图上也存在“割点”，你能给出一种优雅的定义吗？

问题1：割点和割边

这是割点的几种等价定义，你能证明它们的等价性吗？

1. v 是 G 的割点。
2. $G-v$ 不连通。
3. 存在 $V(G)\setminus\{v\}$ 的一个划分： $V(G)\setminus\{v\}=U\cup W$ ， $U\cap W=\emptyset$ ，使得对 $\forall u\in U$ 和 $\forall w\in W$ ， v 在每条 $u-w$ 路上。
4. 存在 $u, w\in V(G)$ ，使得 u, w 异于 v ，且 v 在每条 $u-w$ 路上。



实际上，非连通图上也存在“割点”，你能给出一种优雅的定义吗？

问题1：割点和割边 (续)

这是割边的一种等价定义，你能证明它们的等价性吗？

1. e 是 G 的割边。
2. e 不在 G 的任何圈中。

问题2：块

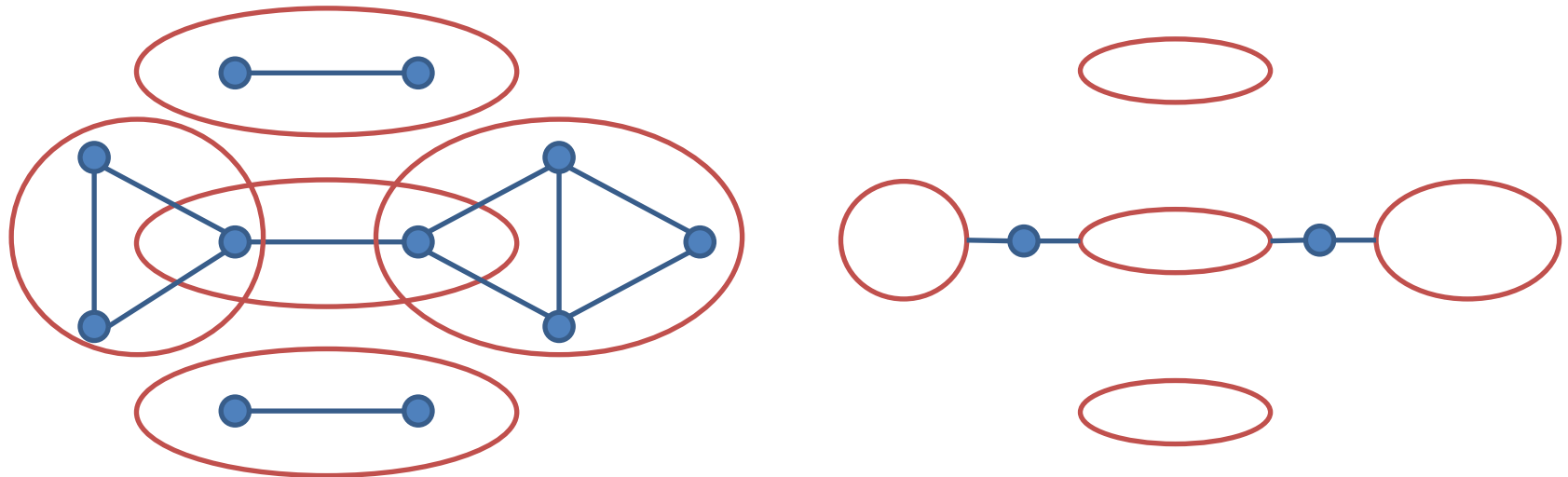
这是不可分图（块）的几种等价定义

1. G 是不可分图（块）。
2. G 的任二顶点共圈。
3. G 的任一顶点与任一边共圈。
4. G 的任二边共圈。
5. 对 $\forall u, v \in V(G)$ 及 $\forall e \in E(G)$ ，存在 u - v 路含有边 e 。
6. 对 $\forall u, v, w \in V(G)$ ，存在 u - v 路含有顶点 w 。
7. 对 $\forall u, v, w \in V(G)$ ，存在 u - v 路不含有顶点 w 。

我们将在《图论》课上讨论这些定义的等价性

问题2：块 (续)

- 为什么两个块最多只有一个公共顶点？
- 为什么这个公共顶点一定是割点？
- 于是，我们可以将一个图转化为一种“块-割点图”
 - “块-割点图”有什么特点？



问题3：连通度

- 一个图的（点）连通度(κ)是如何定义的？
- 你能分别给出一个连通度为0、1、2、3的非完全图吗？
- $\kappa=k$ 和 k -connected的区别是什么？

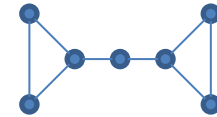
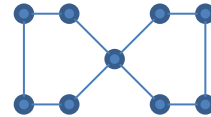
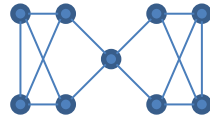
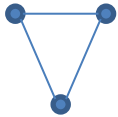
- 一个图的边连通度(κ' 或 λ)是如何定义的？
- 你能分别给出一个边连通度为0、1、2、3的非完全图吗？
- $\lambda=k$ 和 k -edge-connected的区别是什么？

问题3：连通度 (续)

- $\kappa \leq \lambda \leq \delta$ ，你能分别举出一个例子吗？
 - $\kappa = \lambda = \delta$
 - $\kappa < \lambda < \delta$
 - $\kappa < \lambda = \delta$
 - $\kappa = \lambda < \delta$

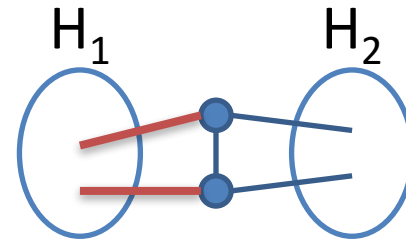
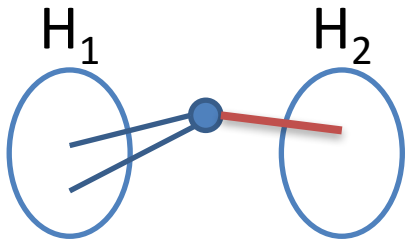
问题3: 连通度 (续)

- $\kappa \leq \lambda \leq \delta$, 你能分别举出一个例子吗?
 - $\kappa = \lambda = \delta$
 - $\kappa < \lambda < \delta$
 - $\kappa < \lambda = \delta$
 - $\kappa = \lambda < \delta$



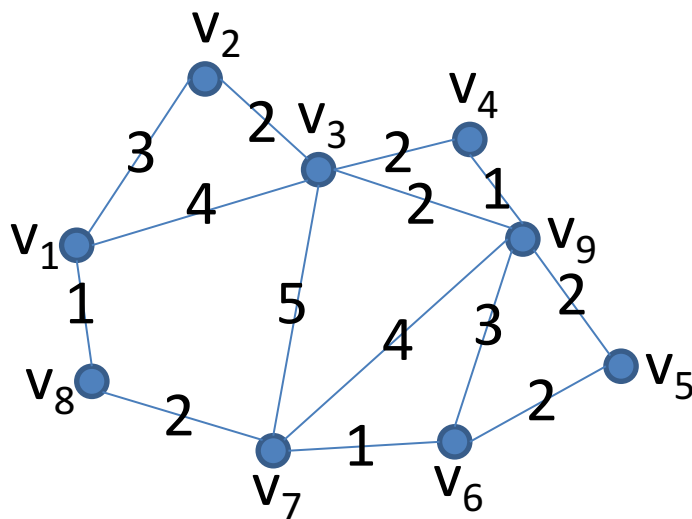
问题3：连通度 (续)

- 3-正则图满足 $\kappa=\lambda$ ，你能结合这两个示意图给出证明吗？



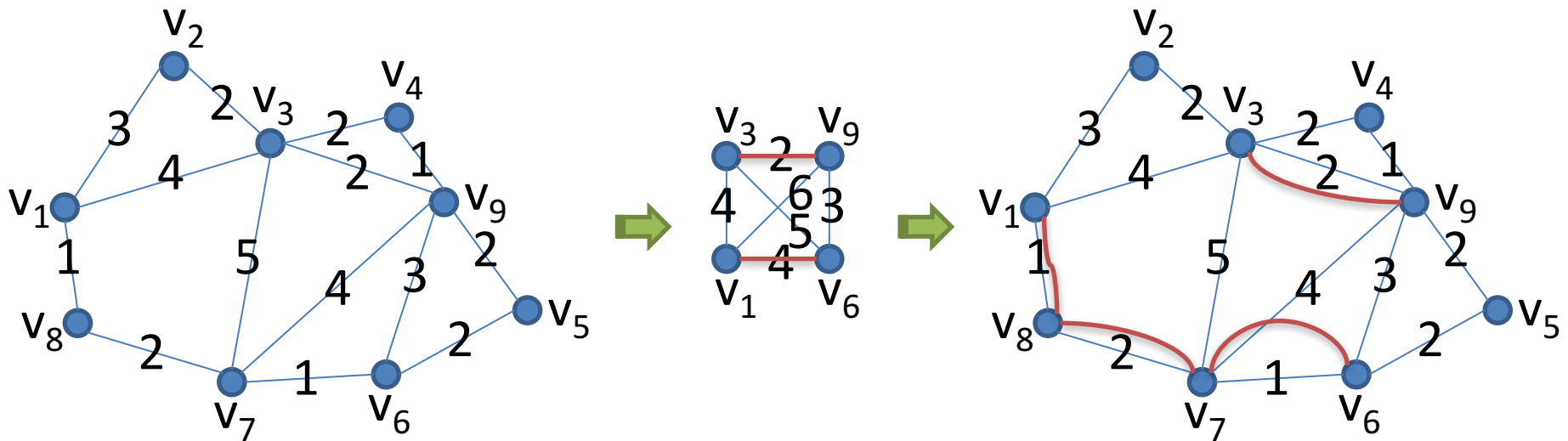
问题4：欧拉图

- 什么是欧拉图？
- 对于中国邮递员问题，你有什么解决思路？
 - 如果是欧拉图，怎么办？
 - 如果不是欧拉图，怎么办？



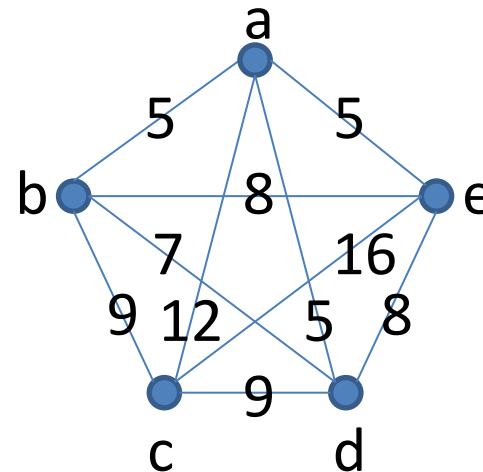
问题4：欧拉图

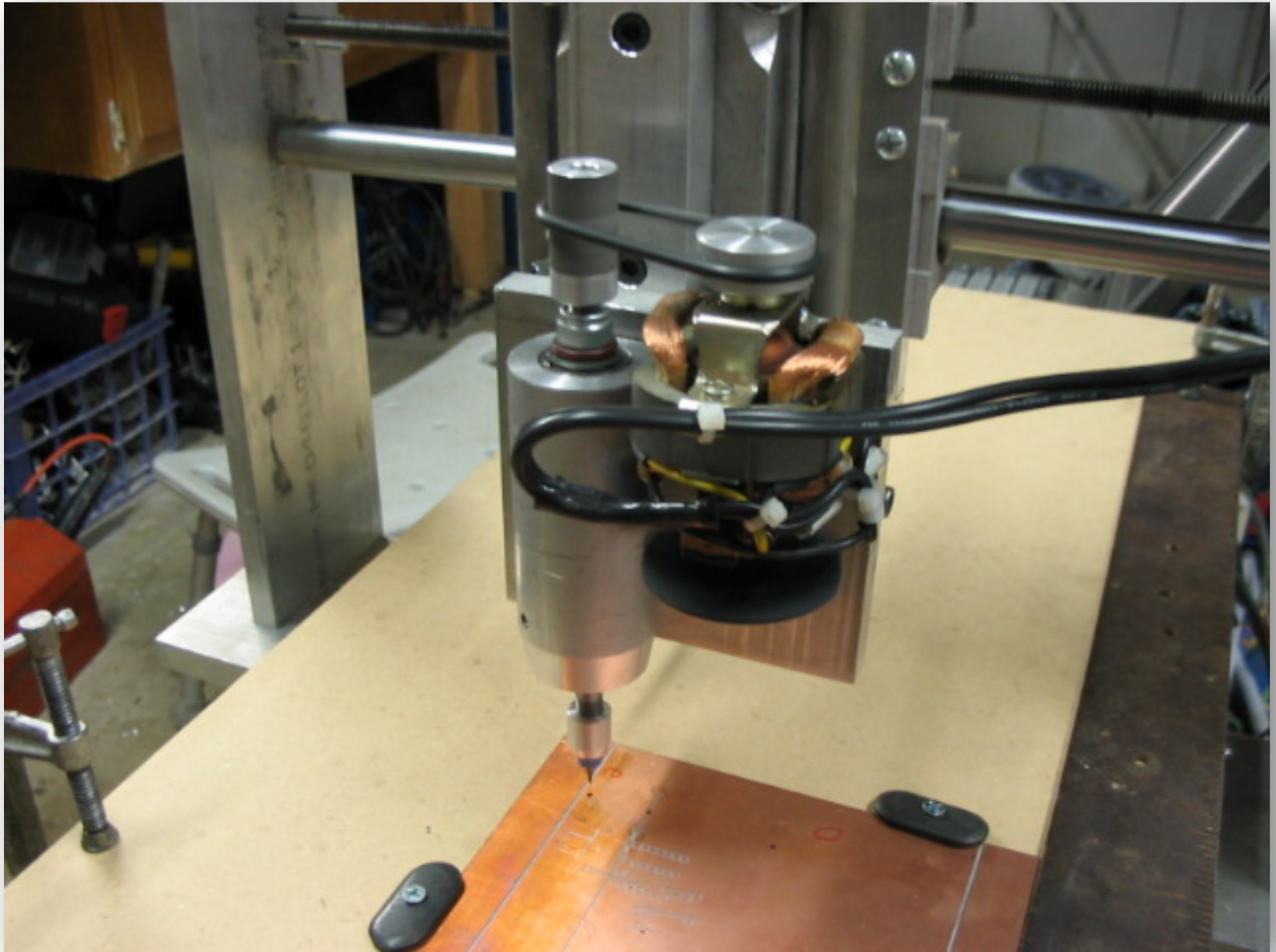
- 什么是欧拉图？
- 对于中国邮递员问题，你有什么解决思路？
 - 如果是欧拉图，怎么办？
 - 如果不是欧拉图，怎么办？

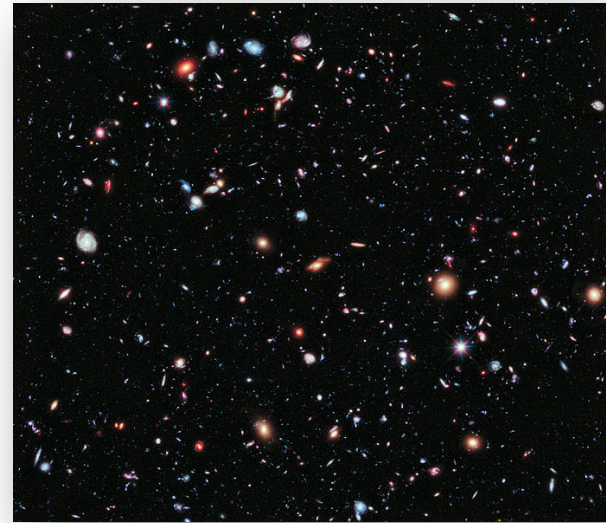


问题5：哈密尔顿图

- 什么是哈密尔顿图？
- 你听说过旅行商问题吗？
你能想到这个问题的其它应用场景吗？





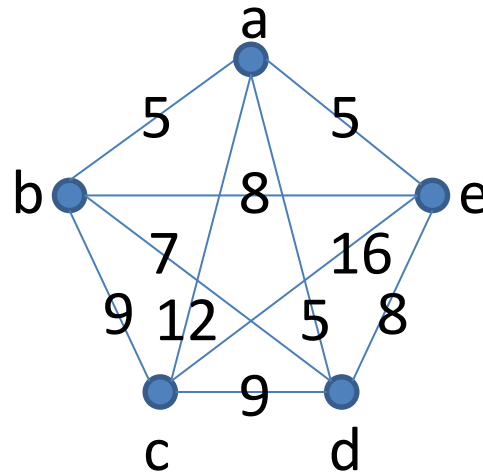


<http://en.wikipedia.org/wiki/File:100inchHooker.jpg>

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Constellation_Fornax,_EXtreme_Deep_Field.jpg

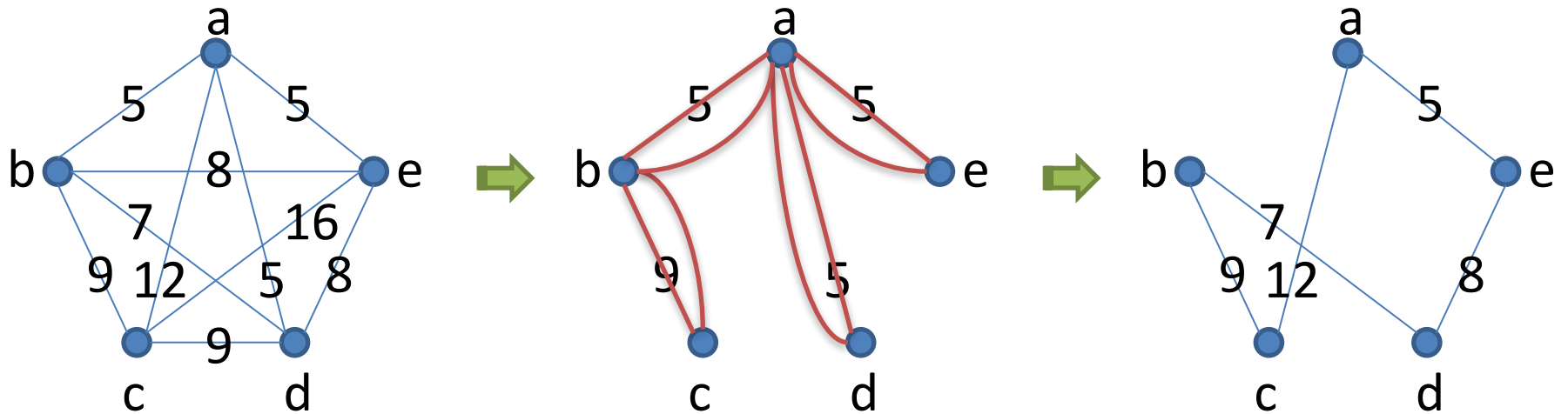
问题5：哈密尔顿图 (续)

- 对于旅行商问题，你有什么解决思路？
(不一定要给出最优解)



最小生成树法

1. 找 K_n 的一棵最小生成树 T 。
2. 为 T 中的每条边添加重边成为 T^* 。
3. 找 T^* 的一条欧拉闭迹 C 。
4. 沿 C 前行，跳过已访问过的顶点，直至访问完所有顶点。



最小生成树法 (续)

- 近似比 $w(H)/w(H^*) < 2$ 。你能解释这个证明过程吗？

证明：

1. 三角不等式 $\Rightarrow w(H) \leq w(C) = w(T^*) = 2w(T)$

2. 且 $w(H^*) > w(T)$

3. 因此， $w(H)/w(H^*) < 2$

- T: 最小生成树
- T*: T添加重边后
- C: 欧拉闭迹
- H: 算法给出的解
- H*: 最优解

