- 教材讨论
  - UD第2、3、4章

问题1：logically speaking

- 你是如何理解logically speaking的？
  - 你注意到statement和statement form的区别了吗？
  - statement form由哪些要素构成？
  - 你是如何理解“逻辑”的？

问题1：logically speaking (续)

- 你理解这些statement form了吗？如何严谨地给出它们的定义？
  - negation（否定）
  - disjunction（析取）
  - conjunction（合取）
  - implication（蕴涵）
  - equivalence（等价）

  - tautology（永真式）
  - contradiction（永假式）

问题2： truth table

- 除了用来给上述statement form下定义之外，你觉得真值表还有什么用途？

问题2： truth table (续)

- 利用逻辑和真值表解决这类问题的plan是什么？
  - If it is Wednesday, then Mr. French eats only pickles.
  - If it is Monday, then Mr. French eats only chocolate.
  - Mr. French is eating chocolate.
  - 问题：今天是星期几？

问题2：truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
  - Mr. Hamburger is German or Swiss.
  - Mr. Hamburger is not Swiss.
  - 问题：Mr. Hamburger是哪国人？

问题2： truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
  - Mr. Hamburger is German or Swiss.
  - Mr. Hamburger is not Swiss.
  - 问题： Mr. Hamburger是哪国人？

G	S	G∨S	¬S
T	T	T	F
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	T

问题2： truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
  - Knights and Knaves
    - John: We are both knaves.
    - Bill: …

问题2：truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
  - Knights and Knaves
    - John: We are both knaves.
    - Bill: …

J	B	¬J ∧ ¬B	J↔(¬J ∧ ¬B)
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	T
F	F	T	F

问题2： truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
  - Knights and Knaves
    - John: We are the same kind.
    - Bill: We are of different kinds.

问题2： truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
  - Knights and Knaves
    - John: We are the same kind.
    - Bill: We are of different kinds.

J	B	$(J \leftrightarrow (J \leftrightarrow B)) \wedge (B \leftrightarrow \neg(J \leftrightarrow B))$
T	T	F
T	F	F
F	T	T
F	F	F

问题3：equivalent statement forms

- 什么叫做equivalent statement forms？
- 它和我们之前提到的equivalence是一回事吗？
- 它们之间存在什么联系？

问题3：equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用否定和蕴涵，为以下statement form找到一个equivalent statement form？
  - A∨B
  - A∧B
- 你完成的这件事情有什么意义？

问题3：equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用否定和蕴涵，为以下statement form找到一个equivalent statement form？
  - A∨B：¬A→B
  - A∧B：¬(A→¬B)
- 你完成的这件事情有什么意义？

问题3： equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用一种运算符，为以下statement form找到一个equivalent statement form？
  - $\neg A$
  - $A \wedge B$
  - $A \vee B$

问题3： equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用“或非”，为以下statement form找到一个equivalent statement form？
  - ¬A
  - A∧B
  - A∨B

INPUT		OUTPUT
A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

问题3： equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用“或非”，为以下statement form找到一个equivalent statement form？
  - ¬A　　$\neg A = A \ \boxed{\text{NOR}}\ A$
  - A∧B　　$A \wedge B = (A \ \boxed{\text{NOR}}\ A)\ \boxed{\text{NOR}}\ (B \ \boxed{\text{NOR}}\ B)$
  - A∨B　　$A \vee B = (A \ \boxed{\text{NOR}}\ B)\ \boxed{\text{NOR}}\ (A \ \boxed{\text{NOR}}\ B)$

问题3：equivalent statement forms (续)

- 你理解这些特殊的equivalent statement forms吗？它们能起到什么用处？

(DeMorgan's laws) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$;
$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$;

(Implication and its negation) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$;
$\neg(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q)$;

(Double negation) $\neg(\neg P) \leftrightarrow P$.

(Distributive property) $(P \wedge (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$;
$(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$;

(Associative property) $(P \wedge (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \wedge R)$;
$(P \vee (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \vee R)$;

(Commutative property) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$;
$(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$.

问题3： equivalent statement forms (续)

- 我们再看一次这个问题，能不能不用真值表，而是通过paraphrase来解决它？
  - Knights and Knaves
    - John: We are both knaves.
    - Bill: …

J	B	$\neg J \land \neg B$	$J \leftrightarrow (\neg J \land \neg B)$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	T
F	F	T	F

问题3：equivalent statement forms (续)

$(J \wedge (\neg J \wedge \neg B)) \vee (\neg J \wedge \neg(\neg J \wedge \neg B))$

$= (J \wedge \neg J \wedge \neg B) \vee (\neg J \wedge (\neg\neg J \vee \neg\neg B))$

$= F \vee (\neg J \wedge (J \vee B))$

$= \neg J \wedge (J \vee B)$

$= (\neg J \wedge J) \vee (\neg J \wedge B)$

$= F \vee (\neg J \wedge B)$

$= \neg J \wedge B$

问题3：equivalent statement forms (续)

$$(J\wedge(\neg J\wedge\neg B))\vee(\neg J\wedge\neg(\neg J\wedge\neg B))$$

$$= (J\wedge\neg J\wedge\neg B)\vee(\neg J\wedge(\neg\neg J\vee\neg\neg B))$$

$$=F\vee(\neg J\wedge(J\vee B))$$

$$=\neg J\wedge(J\vee B)$$

$$=(\neg J\wedge J)\vee(\neg J\wedge B)$$

$$=F\vee(\neg J\wedge B)$$

$$=\neg J\wedge B$$

你能让计算机自动完成这样的“化简”吗？

问题4：set notation and quantifiers

- 什么是集合？
- 你能不能用另一种形式来定义这些集合？
  - extensional definition
    - {-1, 1}
    - {1}
  - intensional definition
    - $\{2n : n \in Z\}$
    - $\{(m,n) \in R^2 : y=0\}$

问题4：set notation and quantifiers (续)

- 我们为什么要引入量词？

问题4： set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这两种表述符号化：
  - For all $x \in A$, property $p(x)$ holds.
  - For some $x \in A$, property $p(x)$ holds.

问题4： set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这两种表述符号化：
  - For all x∈A, property p(x) holds.
  - For some x∈A, property p(x) holds.

$$\forall x, \left(x \in A \rightarrow p\left(x\right)\right)$$
$$\exists x, \left(x \in A \wedge p\left(x\right)\right)$$

问题4：set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这两种表述符号化：
  - For all x∈A, property p(x) holds.
  - For some x∈A, property p(x) holds.

$$\forall x, (x \in A \to p(x))$$
$$\exists x, (x \in A \wedge p(x))$$

- 后者为什么不写成 $\exists x, (x \in A \to p(x))$？

问题4：set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这句话符号化：

  For all positive integers x, there exists a real number y such that for all real numbers z, we have $y = z^x$ or $z = y^x$.

- 并给出它的否定