

- 教材讨论
 - UD第2、3、4章

问题1: logically speaking

- 你是如何理解logically speaking的？
 - 你注意到statement和statement form的区别了吗？
 - statement form由哪些要素构成？
 - 你是如何理解“逻辑”的？

问题1: logically speaking (续)

- 你理解这些statement form了吗？如何严谨地给出它们的定义？
 - negation (否定)
 - disjunction (析取)
 - conjunction (合取)
 - implication (蕴涵)
 - equivalence (等价)

 - tautology (永真式)
 - contradiction (永假式)

问题2: truth table

- 除了用来给上述statement form下定义之外, 你觉得真值表还有什么用途?

问题2: truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
 - Mr. Hamburger is German or Swiss.
 - Mr. Hamburger is not Swiss.
 - 问题: Mr. Hamburger是哪国人？

问题2: truth table (续)

G	S	$G \vee S$	$\neg S$
T	T	T	F
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	T

问题2: truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
 - If it is Wednesday, then Mr. French eats only pickles.
 - If it is Monday, then Mr. French eats only chocolate.
 - Mr. French is eating chocolate.
 - 问题：今天是星期几？

问题2: truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
 - Knights and Knaves
 - John: We are both knaves.
 - Bill: ...

问题2: truth table (续)

J	B	$\neg J \wedge \neg B$	$J \leftrightarrow (\neg J \wedge \neg B)$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	T
F	F	T	F

问题2: truth table (续)

- 你能利用逻辑和真值表，解决这个问题吗？
 - Knights and Knaves
 - John: We are the same kind.
 - Bill: We are of different kinds.

问题2: truth table (续)

J	B	$(J \leftrightarrow (J \leftrightarrow B)) \wedge (B \leftrightarrow \neg(J \leftrightarrow B))$
T	T	F
T	F	F
F	T	T
F	F	F

问题3: equivalent statement forms

- 什么叫做equivalent statement forms?
- 它和我们之前提到的equivalence是一回事吗?
- 它们之间存在什么联系?

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用否定和蕴涵, 为以下 statement form 找到一个 equivalent statement form?
 - $A \vee B$
 - $A \wedge B$

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用否定和蕴涵, 为以下 statement form 找到一个 equivalent statement form?
 - $A \vee B: \neg A \rightarrow B$
 - $A \wedge B: \neg(A \rightarrow \neg B)$

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用否定和蕴涵，为以下 statement form 找到一个 equivalent statement form?
 - $A \vee B: \neg A \rightarrow B$
 - $A \wedge B: \neg(A \rightarrow \neg B)$
- 你完成的这件事情有什么意义?

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用一种运算符, 为以下 statement form 找到一个 equivalent statement form?
 - $\neg A$
 - $A \wedge B$
 - $A \vee B$

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用“或非”，为以下 statement form 找到一个 equivalent statement form?

– $\neg A$

– $A \wedge B$

– $A \vee B$

INPUT		OUTPUT
A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你能不能仅使用“或非”，为以下 statement form 找到一个 equivalent statement form?

$$\neg \neg A \quad \neg A = A \text{ NOR } A$$

$$\neg A \wedge B \quad A \wedge B = (A \text{ NOR } A) \text{ NOR } (B \text{ NOR } B)$$

$$\neg A \vee B \quad A \vee B = (A \text{ NOR } B) \text{ NOR } (A \text{ NOR } B)$$

问题3: equivalent statement forms (续)

- 你理解这些特殊的equivalent statement forms吗? 它们能起到什么用处?

$$\begin{aligned} \text{(DeMorgan's laws)} \quad & \neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q); \\ & \neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Implication and its negation)} \quad & (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q); \\ & \neg(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q); \end{aligned}$$

$$\text{(Double negation)} \quad \neg(\neg P) \leftrightarrow P.$$

$$\begin{aligned} \text{(Distributive property)} \quad & (P \wedge (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R)); \\ & (P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Associative property)} \quad & (P \wedge (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \wedge R); \\ & (P \vee (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \vee R); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Commutative property)} \quad & (P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P); \\ & (P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P). \end{aligned}$$

问题3: equivalent statement forms (续)

- 我们再看一次这个问题，能不能不用真值表，而是通过paraphrase来解决它？
 - Knights and Knaves
 - John: We are both knaves.
 - Bill: ...

问题3: equivalent statement forms (续)

$$\begin{aligned} & (J \wedge (\neg J \wedge \neg B)) \vee (\neg J \wedge \neg(\neg J \wedge \neg B)) \\ = & (J \wedge \neg J \wedge \neg B) \vee (\neg J \wedge (\neg\neg J \vee \neg\neg B)) \\ = & F \vee (\neg J \wedge (J \vee B)) \\ = & \neg J \wedge (J \vee B) \\ = & (\neg J \wedge J) \vee (\neg J \wedge B) \\ = & F \vee (\neg J \wedge B) \\ = & \neg J \wedge B \end{aligned}$$

问题3: equivalent statement forms (续)

$$\begin{aligned} & (J \wedge (\neg J \wedge \neg B)) \vee (\neg J \wedge \neg(\neg J \wedge \neg B)) \\ = & (J \wedge \neg J \wedge \neg B) \vee (\neg J \wedge (\neg\neg J \vee \neg\neg B)) \\ = & F \vee (\neg J \wedge (J \vee B)) \\ = & \neg J \wedge (J \vee B) \\ = & (\neg J \wedge J) \vee (\neg J \wedge B) \\ = & F \vee (\neg J \wedge B) \\ = & \neg J \wedge B \end{aligned}$$

你能让计算机自动完成这样的“化简”吗？

问题4: set notation and quantifiers

- 什么是集合?
- 你能不能用另一种形式来定义一个集合?
 - extensional definition
 - $\{-1, 1\}$
 - $\{1\}$
 - intensional definition
 - $\{2n : n \in \mathbb{Z}\}$
 - $\{(m, n) \in \mathbb{R}^2 : y=0\}$

问题4: set notation and quantifiers (续)

- 我们为什么要引入量词?

问题4: set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这两种表述符号化:
 - For all $x \in A$, property $p(x)$ holds.
 - For some $x \in A$, property $p(x)$ holds.

问题4: set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这两种表述符号化:
 - For all $x \in A$, property $p(x)$ holds.
 - For some $x \in A$, property $p(x)$ holds.

$$\forall x, (x \in A \rightarrow p(x))$$

$$\exists x, (x \in A \wedge p(x))$$

问题4: set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这两种表述符号化:
 - For all $x \in A$, property $p(x)$ holds.
 - For some $x \in A$, property $p(x)$ holds.

$$\forall x, (x \in A \rightarrow p(x))$$

$$\exists x, (x \in A \wedge p(x))$$

- 后者为什么不写成 $\exists x, (x \in A \rightarrow p(x))$?

问题4: set notation and quantifiers (续)

- 请利用量词将这句话符号化:

For all positive integers x , there exists a real number y such that for all real numbers z , we have $y = z^x$ or $z = y^x$.

- 并给出它的否定