

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

May 20, 2019

# Outline

1. 定义：旅行商问题 (Traveling Salesman Problem)
  - 直观描述
  - 形式化描述
2. 证明： $TSP \in NPC$ 
  - 证明思路
  - $TSP \in NP$
  - $HAM-CYCLE \leq_p TSP$
3. 蚁群算法求解 TSP

$TSP \in NPC$

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明： $TSP \in NPC$

证明思路  
 $TSP \in NP$   
 $HAM-CYCLE \leq_p TSP$

蚁群算法求解  
TSP

# Outline

## 1. 定义：旅行商问题 (Traveling Salesman Problem)

直观描述

形式化描述

## 2. 证明： $TSP \in NPC$

证明思路

$TSP \in NP$

$HAM-CYCLE \leq_p TSP$

## 3. 蚁群算法求解 TSP

$TSP \in NPC$

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述

形式化描述

证明： $TSP \in NPC$

证明思路

$TSP \in NP$

$HAM-CYCLE \leq_p TSP$

蚁群算法求解

TSP

## 直观描述

一个售货员要访问  $n$  个城市，若将地图模型化为一个具有  $n$  个顶点的完全图，则该售货员需要进行一次巡回旅行，即经过一条哈密顿回路，恰好访问每个城市一次并最终回到出发城市。从城市  $i$  到城市  $j$  的旅行费用为  $c(i,j)$ ，旅行所需的全部费用是其旅行经过的各边费用之和，而售货员希望使整个旅行费用最低。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## TSP $\in$ NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

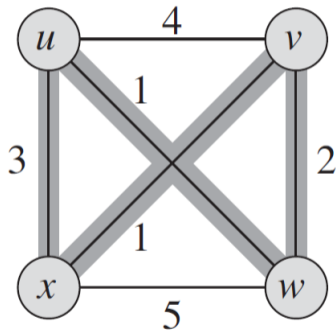
证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP



# 形式化描述

最优化问题  $\rightarrow$  判定问题:

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述

形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 形式化描述

最优化问题  $\rightarrow$  判定问题:

是否存在一个总费用不大于  $k$  的旅行回路?

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述

形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 形式化描述

最优化问题  $\rightarrow$  判定问题:

是否存在一个总费用不大于  $k$  的旅行回路?

形式化表示为语言  $TSP$ :

$TSP \in NPC$

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明:  $TSP \in NPC$

证明思路

$TSP \in NP$

$HAM-CYCLE \leq_p TSP$

蚁群算法求解  
 $TSP$



# 形式化描述

最优化问题  $\rightarrow$  判定问题:

是否存在一个总费用不大于  $k$  的旅行回路?

形式化表示为语言  $TSP$ :

$TSP = \{ \langle G, c, k \rangle : G = (V, E) \text{ 是一个完全图, } c \text{ 是 } V \times V \rightarrow \mathbb{Z} \text{ 上的一个函数, } k \in \mathbb{Z}, G \text{ 中包含一个最大花费为 } k \text{ 的旅行回路} \}$

$TSP \in NPC$

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明:  $TSP \in NPC$

证明思路

$TSP \in NP$

$HAM-CYCLE \leq_p TSP$

蚁群算法求解  
TSP

## TSP $\in$ NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述

形式化描述

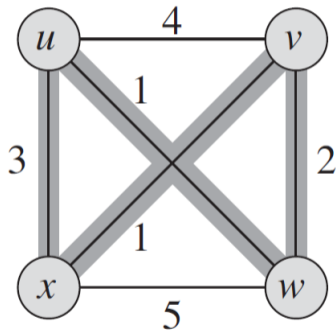
证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP



# Outline

1. 定义：旅行商问题 (Traveling Salesman Problem)
  - 直观描述
  - 形式化描述
2. 证明： $TSP \in NPC$ 
  - 证明思路
  - $TSP \in NP$
  - $HAM-CYCLE \leq_p TSP$
3. 蚁群算法求解 TSP

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
 $TSP \in NP$   
 $HAM-CYCLE \leq_p TSP$

蚁群算法求解  
TSP

# 证明思路

1. 证明  $L \in \text{NP}$ 。
2. 选取一种已知的 NP 完全语言  $L'$ 。
3. 描述一种可计算函数  $f(x)$  的算法，其中  $f$  可将  $L'$  中每一个实例  $x \in \{0, 1\}^*$  映射为  $L$  中的实例  $f(x)$ 。
4. 证明函数  $f$  满足  $x \in L'$  当且仅当对于所有的  $x \in \{0, 1\}^*$  都有  $f(x) \in L$ 。
5. 证明计算函数  $f$  的算法具有多项式运行时间。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# TSP $\in$ NP

复杂类 NP 是能被一个多项式时间算法验证的语言类<sup>Ⓞ</sup>。更准确地说，一个语言  $L$  属于 NP，当且仅当存在一个两输入的多项式时间算法  $A$  和常数  $c$ ，满足：

$$L = \{x \in \{0,1\}^* : \text{存在一个证书 } y, |y| = O(|x|^c), \text{满足 } A(x,y) = 1\}$$

## TSP $\in$ NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# TSP $\in$ NP

复杂类 NP 是能被一个多项式时间算法验证的语言类<sup>Ⓞ</sup>。更准确地说，一个语言  $L$  属于 NP，当且仅当存在一个两输入的多项式时间算法  $A$  和常数  $c$ ，满足：

$$L = \{x \in \{0,1\}^* : \text{存在一个证书 } y, |y| = O(|x|^c), \text{满足 } A(x,y) = 1\}$$

证书  $y : \langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$

验证算法  $A$ ：给定实例  $x$  和证书  $y$ ，如果  $y$  包含每个顶点一次，且经过的边的费用和小于等于  $k$ ，则  $A(x,y) = 1$

## TSP $\in$ NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

HAM-CYCLE =  $\langle G \rangle$  :  $G$  是哈密顿图

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## HAM-CYCLE $\leq_p$ TSP

HAM-CYCLE =  $\langle G \rangle$  :  $G$  是哈密顿图

对于 HAM-CYCLE 中的任意一个实例  $G=(V,E)$ , 将其映射为 TSP 的实例:

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP



## HAM-CYCLE $\leq_p$ TSP

HAM-CYCLE =  $\langle G \rangle$  :  $G$  是哈密顿图

对于 HAM-CYCLE 中的任意一个实例  $G=(V,E)$ , 将其映射为 TSP 的实例:

建立完全图  $G'=(V,E')$ , 其中  $E'=\{(i,j) : i,j \in V, i \neq j\}$   
定义费用函数  $c$ :

$$c(i,j) = \begin{cases} 0 & (i,j) \in E \\ 1 & (i,j) \notin E \end{cases}$$

$\langle G', c, 0 \rangle$  即构成 TSP 的一个实例, 该映射算法的运行时间为  $O(|V|^2)$ , 为多项式级

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## HAM-CYCLE $\leq_p$ TSP

证明:  $G \in \text{HAM-CYCLE}$  iff  $\langle G', c, 0 \rangle \in \text{TSP}$ .

$\Rightarrow$ :  $G \in \text{HAM-CYCLE}$ , 故  $G$  中存在一条哈密顿回路  $P$ , 且  $P$  中的每条边都属于  $E$ , 因此  $P$  在  $G'$  中的总费用为 0。  
所以  $G'$  中包含一个最大花费为 0 的旅行回路, 即  $\langle G', c, 0 \rangle \in \text{TSP}$ .

$\Leftarrow$ :  $\langle G', c, 0 \rangle \in \text{TSP}$ , 故  $G'$  中存在一条总费用至多为 0 的旅行回路  $P$ 。又因为总费用非负, 所以  $P$  的总费用为 0, 由此可推知  $P$  中每一条边在  $G'$  中的费用都为 0, 即  $P$  中的每一条边都是  $G$  中的边。

又因为旅行回路  $P$  经过  $G'$  中的每一个点, 而  $G$  与  $G'$  的顶点集  $V$  相同, 故  $P$  是  $G$  中的哈密顿回路,  $G \in \text{HAM-CYCLE}$ .

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

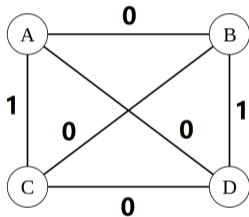
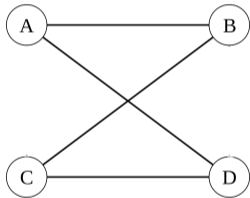
证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# HAM-CYCLE $\leq_P$ TSP



TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_P$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 蚁群算法：简介

从自然界的蚂蚁蚂蚁获得启发

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述

形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 蚁群算法：简介

从自然界的蚂蚁蚂蚁获得启发

蚂蚁在经过的路径上留下信息素

其他蚂蚁在运动时能够感知并追踪此物质爬行, 爬行过程中还会释放信息素

信息素越浓, 其它蚂蚁选择此路径的概率越高  
该路径上的信息素踪迹不断被加强, 形成正反馈

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义: 旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明: TSP  $\in$  NPC

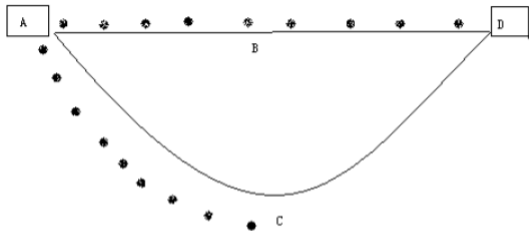
证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## 蚁群算法：简介



蚂蚁从A点出发，速度相同，食物在D点，可能随机选择路线ABD或ACD。假设初始时每条分配路线一只蚂蚁，每个时间单位行走一步，本图为经过9个时间单位时的情形：走ABD的蚂蚁到达终点，而走ACD的蚂蚁刚好走到C点，为一半路程。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

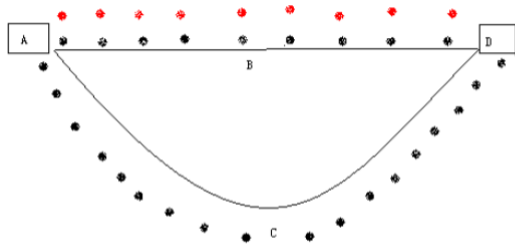
直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## 蚁群算法：简介



本图为从开始算起，经过**18**个时间单位时的情形：走**ABD**的蚂蚁到达终点后得到食物又返回了起点**A**，而走**ACD**的蚂蚁刚好走到**D**点。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## 蚁群算法：简介

假设蚂蚁每经过一处所留下的信息素为一个单位，则经过36个时间单位后，所有开始一起出发的蚂蚁都经过不同路径从D点取得了食物，此时ABD的路线往返了2趟，每一处的信息素为4个单位，而ACD的路线往返了一趟，每一处的信息素为2个单位，其比值为2:1。

寻找食物的过程继续进行，则按信息素的指导，蚁群在ABD路线上增派一只蚂蚁（共2只），而ACD路线上仍然为一只蚂蚁。再经过36个时间单位后，两条线路上的信息素单位积累为12和4，比值为3:1。

若按以上规则继续，蚁群在ABD路线上再增派一只蚂蚁（共3只），而ACD路线上仍然为一只蚂蚁。再经过36个时间单位后，两条线路上的信息素单位积累为24和6，比值为4:1。

若继续进行，则按信息素的指导，最终所有的蚂蚁会放弃ACD路线，而都选择ABD路线。这也就是前面所提到的正反馈效应。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP



## 蚁群算法：路径构建

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \times [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{k \in allowed_k} [\tau_{ik}(t)]^\alpha \times [\eta_{ik}(t)]^\beta} & \text{if } j \in allowed_k \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

- $i$ 、 $j$ 分别为起点和终点；
- $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$  为能见度，是两点 $i$ 、 $j$ 路距离的倒数；
- $\tau_{ij}(t)$  为时间 $t$ 时由 $i$ 到 $j$ 的信息素强度；
- $allowed_k$  为尚未访问过的节点集合；
- $\alpha, \beta$  为两常数，分别是信息素和能见度的加权值。

实际是计算所有可选点的能见度和信息素幂乘积占总比例

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## 蚁群算法：信息素更新

$$\tau_{ij}(t) = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

实际上挥发后+每只蚂蚁经过后留下的信息素，值是蚂蚁行走距离的倒数

$m$ 为蚂蚁个数， $0 < \rho \leq 1$ 为信息素的蒸发率，在AS中通常设置为0.5， $\Delta\tau_{ij}^k$ 为第 $k$ 只蚂蚁在路径 $i$ 到 $j$ 所留下来的信息素

■  $\Delta\tau_{ij}^k$  的定义

若 蚂蚁 $k$ 经过了 $i \rightarrow j$ 路径

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} (C_k)^{-1} & \text{if the } k^{\text{th}} \text{ ant traverses } (i, j) \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

$C_k$ 是第 $k$ 只蚂蚁走完整条路径后所得到的总路径长度

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

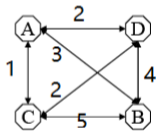
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 蚁群算法：实例

四个城市的TSP问题，距离矩阵和城市图示如下：

$$D = (d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 4 \\ 1 & 5 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$



TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## 蚁群算法：实例

假设共 $m=3$ 只蚂蚁，参数  $\alpha=1$ ， $\beta=2$ ， $\rho=0.5$

### 步骤1 初始化

首先使用贪婪算法得到路径的(ACDBA), 则  $C_{mn}=1+2+4+3=10$ , 求得  $\tau_0=m/C_{mn}=0.3$

$$\tau(0) = (\tau_{ij}(0)) = \begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0 \end{pmatrix}$$

**步骤2** 为每个蚂蚁随机选择出发城市，假设蚂蚁1选择城市A，蚂蚁2选择城市B，蚂蚁3选择城市D

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 蚁群算法：实例

**步骤3.1** 为每个蚂蚁选择下一访问城市，仅以蚂蚁1为例

当前城市 $i=A$ ，可访问城市集合 $J_1(i)=\{B,C,D\}$

计算蚂蚁1访问各个城市的概率

$$A \Rightarrow \begin{cases} B: \tau_{AB}^{\alpha} \times \eta_{AB}^{\beta} = 0.3^1 \times (1/3)^2 = 0.033 \\ C: \tau_{AC}^{\alpha} \times \eta_{AC}^{\beta} = 0.3^1 \times (1/1)^2 = 0.300 \\ D: \tau_{AD}^{\alpha} \times \eta_{AD}^{\beta} = 0.3^1 \times (1/2)^2 = 0.075 \end{cases}$$

$$p(B) = 0.033 / (0.033 + 0.3 + 0.075) = 0.081$$

$$p(C) = 0.3 / (0.033 + 0.3 + 0.075) = 0.74$$

$$p(D) = 0.075 / (0.033 + 0.3 + 0.075) = 0.18$$

用轮盘赌法选择下一个访问城市。假设产生的随机数 $q=0.05$ ，则蚂蚁1会选择城市B

同样，假设蚂蚁2选择城市D，蚂蚁3选择城市A。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路  
TSP  $\in$  NP  
HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 蚁群算法：实例

**步骤3.2** 为每个蚂蚁选择下一访问城市，仅以蚂蚁1为例

当前城市 $i=B$ ，路径记忆向量 $R^l=(AB)$ ，可访问城市集合 $J_1(i)=\{C,D\}$

计算蚂蚁1访问C,D城市的概率：

$$B \Rightarrow \begin{cases} C: \tau_{BC}^a \times \eta_{BC}^b = 0.3^1 \times (1/5)^2 = 0.012 \\ D: \tau_{BD}^a \times \eta_{BD}^b = 0.3^1 \times (1/4)^2 = 0.019 \end{cases}$$

$$p(C) = 0.012 / (0.012 + 0.019) = 0.39$$

$$p(D) = 0.019 / (0.012 + 0.019) = 0.61$$

用轮盘赌法选择下一个访问城市。假设产生的随机数 $q=0.67$ ，则蚂蚁1会选择城市D

同样，假设蚂蚁2选择城市C，蚂蚁3选择城市D。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling Salesman Problem)

直观描述

形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

## 蚁群算法：实例

此时，所以蚂蚁的路径都已经构造完毕

蚂蚁1:  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$

蚂蚁2:  $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B$

蚂蚁3:  $D \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述

形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP

# 蚁群算法：实例

## 步骤4 信息素更新

计算每只蚂蚁构建的路径长度：C1=3+4+2+1=10；  
C2=4+2+1+3=10； C3=2+1+5+4=12。更新每条边上的信息素

$$\tau_{AB} = (1-\rho) \times \tau_{AB} + \sum_{k=1}^3 \Delta\tau_{AB}^k = 0.5 \times 0.3 + (1/10 + 1/10) = 0.35$$

$$\tau_{AC} = (1-\rho) \times \tau_{AC} + \sum_{k=1}^3 \Delta\tau_{AC}^k = 0.5 \times 0.3 + (1/12) = 0.16$$

...

## 步骤5

如果满足结束条件，则输出全局最优结果并结束程序，否则，则转向步骤2继续执行。

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP



Thank you

TSP  $\in$  NPC

毛一鸣

定义：旅行商问题  
(Traveling  
Salesman  
Problem)

直观描述  
形式化描述

证明：TSP  $\in$  NPC

证明思路

TSP  $\in$  NP

HAM-CYCLE  $\leq_p$  TSP

蚁群算法求解  
TSP