

计算机问题求解 – 论题4-12

- 随机算法的概念

课程研讨

- JH第5章第1、2节

问题1：随机算法的基本概念

- 你能从图灵机的角度分别阐述对于随机算法的这些理解吗？
 - a nondeterministic algorithm that has a probability distribution for every nondeterministic choice
 - a deterministic algorithm with an additional input that consists of a sequence of random bits
 - a set of deterministic algorithms from which one algorithm is randomly chosen for the given input
- 你能从上述这些角度分别解释 $\text{Random}_A(x)$ 吗？
- 如果 $\text{Random}_A(x)$ 不超过对数，意味着什么？

问题1：随机算法的基本概念 (续)

- 你能解释这两种时间复杂度的计算方式吗？
- 它们分别存在什么问题？怎么解决？

$$\mathbf{Exp-Time}_A(x) = E[Time] = \sum_C Prob_{A,x}(C) \cdot Time(C)$$

$$\mathbf{Exp-Time}_A(n) = \max \{ \mathbf{Exp-Time}_A(x) \mid x \text{ is an input of size } n \}$$

$$\mathbf{Time}_A(x) = \max \{ Time(C) \mid C \text{ is a run of } A \text{ on } x \}$$

$$\mathbf{Time}_A(n) = \max \{ \mathbf{Time}_A(x) \mid x \text{ is an input of size } n \}$$

问题2: Las Vegas算法

- Las Vegas和Monte Carlo算法的区别是什么?
- 你理解Las Vegas算法的两种定义了吗?

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) = 1$$

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{Prob}(A(x) = \text{"?"}) = 1 - \text{Prob}(A(x) = F(x)) \leq \frac{1}{2}$$

- 它们分别采用了哪种时间复杂度的计算方式?
- 为什么会有这种区别?

问题2: Las Vegas算法 (续)

- 你能画个图解释一下one-way communication protocol吗?
- Choice_n 是一个例子, 它的直观含义是什么?
- 针对这个例子, P349的Las Vegas算法的思路是什么?
- 和一般的确定性算法相比, 该算法优劣分别是什么?
- 该算法符合Las Vegas算法两种定义中的哪一种?
- 你能不能改造这个算法, 使它符合另一种定义?
- 改造之后, 上述优劣发生了怎样的变化?

问题3： Monte Carlo算法

- 你能解释one/two-sided-error Monte Carlo算法吗？

- (i) for every $x \in L$, $\text{Prob}(A(x) = 1) \geq 1/2$, and
- (ii) for every $x \notin L$, $\text{Prob}(A(x) = 0) = 1$.

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) \geq \frac{1}{2} + \varepsilon.$$

- 它们在具体应用中分别如何使用？
- 我们为什么没有讨论它们的时间复杂度？转而讨论了什么？
- unbounded-和two-sided error Monte Carlo算法的区别是什么？

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) > \frac{1}{2}.$$

- 这种区别造成了什么结果？

问题4： 随机优化算法

- 你理解randomized δ -approximation和randomized δ -expected approximation算法了吗？

(i) $\text{Prob}(A(x) \in \mathcal{M}(x)) = 1$, and
(ii) $\text{Prob}(R_A(x) \leq \delta) \geq 1/2$

(i) $\text{Prob}(A(x) \in \mathcal{M}(x)) = 1$, and
(ii) $E[R_A(x)] \leq \delta$

- 这两种算法之间有什么关系？

- 你理解RPTAS了吗？

(i) $\text{Prob}(A(x, \delta) \in \mathcal{M}(x)) = 1$ {for every random choice A computes a feasible solution of U },

(ii) $\text{Prob}(\varepsilon_A(x, \delta) \leq \delta) \geq 1/2$ {a feasible solution, whose relative error is at most δ , is produced with the probability at least $1/2$ }, and

(iii) $\text{Time}_A(x, \delta^{-1}) \leq p(|x|, \delta^{-1})$ and p is a polynomial in $|x|$.

- 它和PTAS的区别是什么？

问题5： 随机算法的设计范式

- 你理解这三类范式的思想了吗？ 能不能各举一个例子？
 - Foiling an adversary
 - Abundance of witnesses (& fingerprinting)
 - Random sampling (& relaxation and random rounding)