

# 计算机问题求解 – 论题4-12

- 随机算法的概念

## 课程研讨

- JH第5章第1、2节

# 问题1：随机算法的基本概念

- 你能从图灵机的角度分别阐述对于随机算法的这些理解吗？
  - a nondeterministic algorithm that has a probability distribution for every nondeterministic choice
  - a deterministic algorithm with an additional input that consists of a sequence of random bits
  - a set of deterministic algorithms from which one algorithm is randomly chosen for the given input
- 你能从上述这些角度分别解释 $\text{Random}_A(x)$ 吗？
- 如果 $\text{Random}_A(x)$ 不超过对数，意味着什么？

# 问题1： 随机算法的基本概念 (续)

- 你能解释这两种时间复杂度的计算方式吗？
- 它们分别存在什么问题？ 怎么解决？

$$\mathbf{Exp-Time}_A(x) = E[Time] = \sum_C Prob_{A,x}(C) \cdot Time(C)$$

$$\mathbf{Exp-Time}_A(n) = \max \{ \mathbf{Exp-Time}_A(x) \mid x \text{ is an input of size } n \}$$

$$\mathbf{Time}_A(x) = \max \{ Time(C) \mid C \text{ is a run of } A \text{ on } x \}$$

$$\mathbf{Time}_A(n) = \max \{ \mathbf{Time}_A(x) \mid x \text{ is an input of size } n \}$$

## 问题2：Las Vegas算法

- Las Vegas和Monte Carlo算法的区别是什么？
- 你理解Las Vegas算法的两种定义了吗？

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) = 1$$

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{Prob}(A(x) = \text{"?"}) = 1 - \text{Prob}(A(x) = F(x)) \leq \frac{1}{2}$$

- 它们分别采用了哪种时间复杂度的计算方式？
- 为什么会有这种区别？

## 问题2: Las Vegas算法 (续)

- 你能画个图解释一下one-way communication protocol吗?
- $\text{Choice}_n$ 是一个例子, 它的直观含义是什么?
- 针对这个例子, P349的Las Vegas算法的思路是什么?
- 和一般的确定性算法相比, 该算法优劣分别是什么?
- 该算法符合Las Vegas算法两种定义中的哪一种?
- 你能不能改造这个算法, 使它符合另一种定义?
- 改造之后, 上述优劣发生了怎样的变化?

# 问题3： Monte Carlo算法

- 你能解释one/two-sided-error Monte Carlo算法吗？

- (i) for every  $x \in L$ ,  $\text{Prob}(A(x) = 1) \geq 1/2$ , and
- (ii) for every  $x \notin L$ ,  $\text{Prob}(A(x) = 0) = 1$ .

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) \geq \frac{1}{2} + \varepsilon.$$

- 它们在具体应用中分别如何使用？
- 我们为什么没有讨论它们的时间复杂度？转而讨论了什么？
- unbounded-和two-sided error Monte Carlo算法的区别是什么？

$$\text{Prob}(A(x) = F(x)) > \frac{1}{2}.$$

- 这种区别造成了什么结果？

# 问题4：随机优化算法

- 你理解randomized  $\delta$ -approximation和randomized  $\delta$ -expected approximation算法了吗？

(i)  $\text{Prob}(A(x) \in \mathcal{M}(x)) = 1$ , and  
(ii)  $\text{Prob}(R_A(x) \leq \delta) \geq 1/2$

(i)  $\text{Prob}(A(x) \in \mathcal{M}(x)) = 1$ , and  
(ii)  $E[R_A(x)] \leq \delta$

- 这两种算法之间有什么关系？

- 你理解RPTAS了吗？

(i)  $\text{Prob}(A(x, \delta) \in \mathcal{M}(x)) = 1$  {for every random choice  $A$  computes a feasible solution of  $U$ },  
(ii)  $\text{Prob}(\varepsilon_A(x, \delta) \leq \delta) \geq 1/2$  {a feasible solution, whose relative error is at most  $\delta$ , is produced with the probability at least  $1/2$ }, and  
(iii)  $\text{Time}_A(x, \delta^{-1}) \leq p(|x|, \delta^{-1})$  and  $p$  is a polynomial in  $|x|$ .

- 它和PTAS的区别是什么？

# 问题5： 随机算法的设计范式

- 你理解这三类范式的思想了吗？ 能不能各举一个例子？
  - Foiling an adversary
  - Abundance of witnesses (& fingerprinting)
  - Random sampling (& relaxation and random rounding)