- 作业讲解
  - UD第10章问题2、4、5、8
  - UD第11章问题3、7、8、9
  - UD第12章问题10、13b、16、20、22、23
  - UD第27章项目4
  - 补充题

UD第10章问题2b

- 自反、不对称、不传递
  - {<1,1>, <2,2>, <3,3>, <4,4>, <5,5>}
  - {<1,1>, <2,2>, <3,3>, <4,4>, <5,5>, <1,4>}

  - 这些例子正确吗？

UD第11章问题3a

- 它是一个划分吗？
  - 不能只答是/否，要给出理由（证明）

- 证明A_r是一个划分（满足三个条件）
  1. $\forall r \in R$，A_r“显然”不为空集

  首先，不能漏证这个条件

  其次，如何将这个“显然”用数学语言写出？

UD第11章问题7a

- For $m \in N$, let A_m denote the set of polynomials of degree m.
  - Constant polynomial p=0怎么办？

UD第12章

- 不能想当然地利用常识
- 每一步推导都要有公理、定理等作为依据

UD第12章问题10

a) 一种证明：

$$\because \sup(S\cup T)=\max\{\sup(S),\sup(T)\}$$
$$\therefore \ldots\ldots$$

– 这是一个显然的定理吗？

b) 如何证明这个等式？

– ≥：由(a)的结论可得
– ≤：利用上确界的定义

UD第12章问题20

- 反证法

  假设$\infty \in R$

  则由Corollary 12.10：$\exists n \in Z \subseteq R,\ n > \infty$

  但由题设：$n \leq \infty$

  矛盾，证毕

UD第12章问题22

(1)如果$a \le 0$：则令$b = \sqrt{2}$,得证

(2)如果$a > 0$：由定理12.9，$\exists n \in Z^{+}, \left(a < n\sqrt{2}\right)$

令$b = n\sqrt{2}$

以下证明$b \in R \setminus Q$，用反证法

如果$b \in Q$,则$\sqrt{2} = \dfrac{b}{n} \in Q$,与$\sqrt{2} \in R \setminus Q$矛盾

得证

UD第12章问题23

由定理12.11，$\exists d \in Q, \left(\frac{a}{\sqrt{2}} < d < \frac{b}{\sqrt{2}} \right)$

令$c = \sqrt{2}d$, 则$a < \sqrt{2}d < b$

以下证明$c \in R \setminus Q$，用反证法

如果$c \in Q$, 则$\sqrt{2} = \frac{c}{d} \in Q$, 与$\sqrt{2} \in R \setminus Q$矛盾

得证

补充题3

- R是传递的 iff. $R^n \subseteq R$
  - → ：数学归纳法
    - $R^1=R$
    - $R^n=R^{n-1} \circ R$
  - ← ：取$n=2$

- 教材讨论
  - DH第4章

问题1：搜索和遍历的应用

An arithmetic expression formed by non-negative integers and the standard unary operation "$-$" and the binary operations "$+$", "$-$", "$\times$", and "$/$", can be represented by a binary tree as follows:

- An integer I is represented by a leaf containing I.
- The expression $-E$, where E is an expression, is represented by a tree whose root contains "$-$" and its single offspring is the root of a subtree representing the expression E.
- The expression $E * F$, where E and F are expressions and "$*$" is a binary operation, is represented by a tree whose root contains "$*$", its first offspring is the root of a subtree representing the expression E and its second offspring is the root of a subtree representing F.

Note that the symbol "$-$" stands for both unary and binary operations, and the nodes of the tree containing this symbol may have outdegree either 1 or 2.

问题1：搜索和遍历的应用 (续)

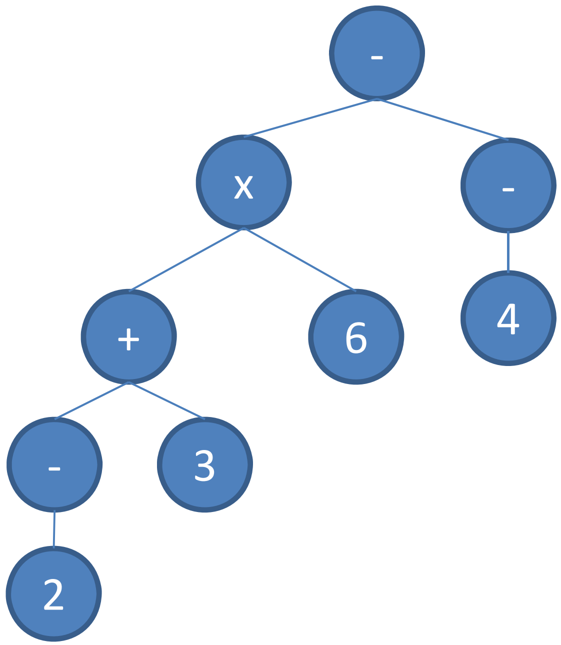
- 你能写出这个算式对应的树吗？

  (-2+3)x6-(-4)

问题1：搜索和遍历的应用 (续)

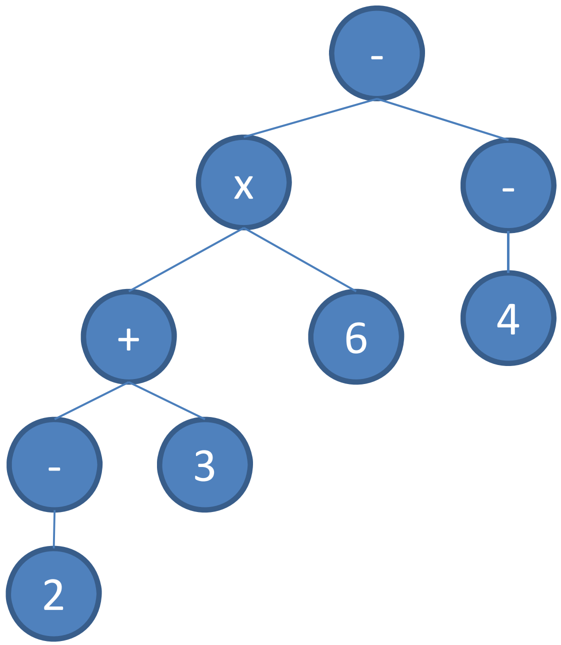
- 你能写出这个算式对应的树吗？

  (-2+3)x6-(-4)



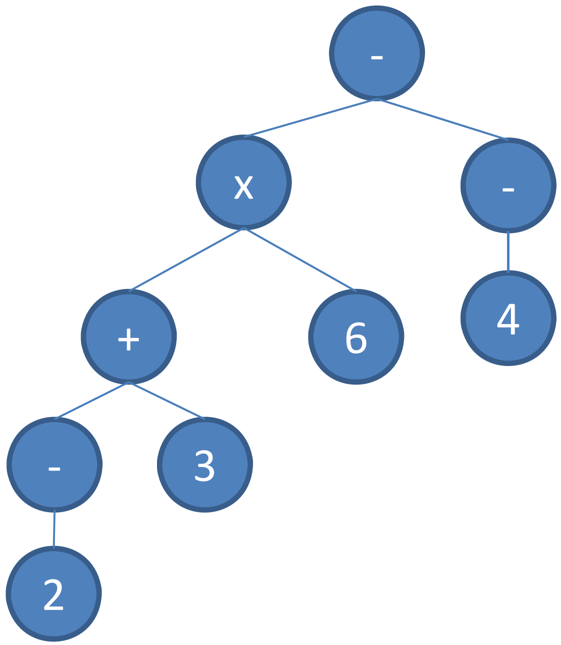
问题1：搜索和遍历的应用 (续)

Design an algorithm that checks whether a given tree represents an arithmetic expression.



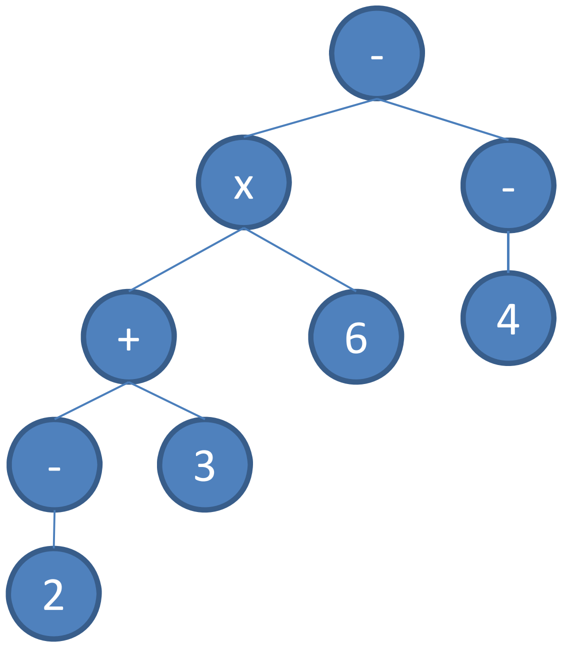
问题1：搜索和遍历的应用 (续)

Design an algorithm that calculates the value of an arithmetic expression, given its tree representation. Note that division by zero is undefined.



问题1：搜索和遍历的应用 (续)

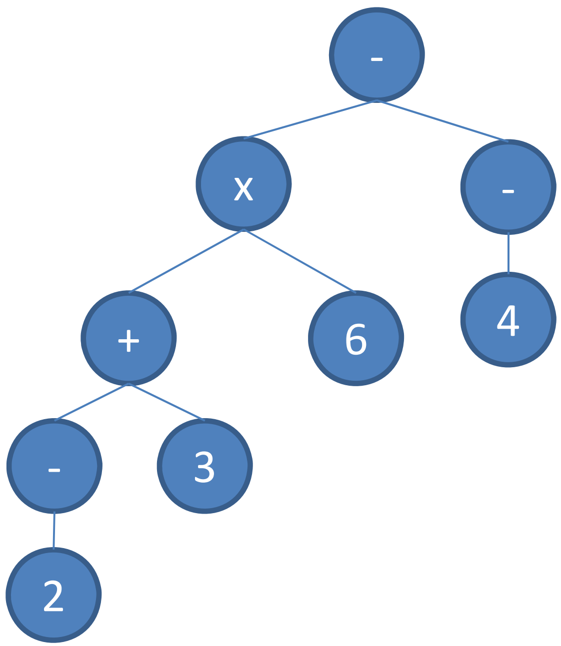
Extend your algorithm to first print the expression represented by the input tree, followed by the equality sign "=" and its evaluation. The printed expression should be fully parenthesized, i.e., a pair of matching parentheses should embrace every application of a binary operation.

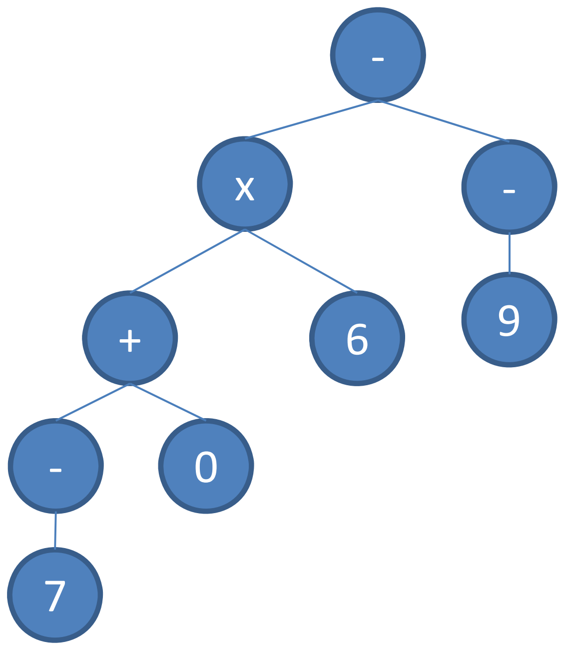


问题1：搜索和遍历的应用 (续)

We say that two arithmetic expressions E and F are *isomorphic*, if E can be obtained from F by replacing some non-negative integers by others. For example, the expressions $(2+3) \times 6 - (-4)$ and $(7+0) \times 6 - (-9)$ are isomorphic, but none of them is isomorphic to any of $(-2+3) \times 6 - (-4)$ and $(7+0) + 6 - (-9)$.

Design an algorithm that checks whether two expressions are isomorphic, given their tree representation.

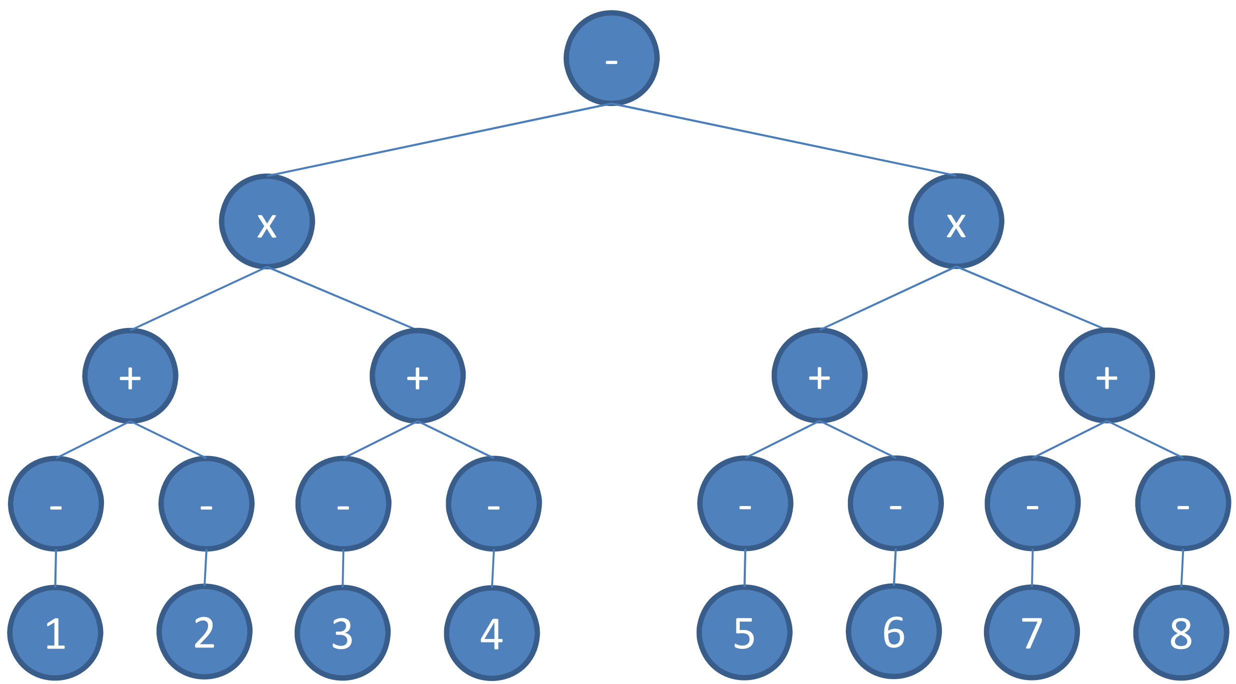




问题1：搜索和遍历的应用 (续)

An expression E is said to be *balanced*, if every binary operation in it is applied to two isomorphic expressions. For example, the expressions -5, $(1+2)*(3+5)$ and $((-3)/(-4))/((-1)/(-100))$ are balanced, while $12+(3+2)$ and $3*(-3)$ are not.

Design an algorithm that checks whether an expression is balanced, given its tree representation.



问题2：算法方法的应用

- 组队拔河问题：学校组织拔河比赛，每班组一个队参加，人数不限，但要求总体重不超过300斤，如何组队最优？

	体重 (W)	力量 (P)
殷雪珂	90	240
徐闽泽	140	270
陈鹏光	100	210
傅子奇	150	280
张志伟	120	240

问题2：算法方法的应用 (续)

- 你理解穷举搜索法了吗？
- 你能用穷举搜索法找到最优组队吗？
- 请写出伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
殷雪珂	90	240
徐闽泽	140	270
陈鹏光	100	210
傅子奇	150	280
张志伟	120	240

问题2：算法方法的应用 (续)

- 你能改进穷举搜索法，使其避免检查很多明显不可行的组队吗？
- 请写出改进后的伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
殷雪珂	90	240
徐闽泽	140	270
陈鹏光	100	210
傅子奇	150	280
张志伟	120	240

问题2：算法方法的应用(续)

- 你理解贪心法了吗？
- 你能用贪心法找到最优/较优组队吗？
  - 你能想到几种贪心策略（从什么角度“贪”）？
- 请写出伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
殷雪珂	90	240
徐闽泽	140	270
陈鹏光	100	210
傅子奇	150	280
张志伟	120	240

问题2：算法方法的应用 (续)

- 你理解动态规划法了吗？
- 你能用动态规划法找到最优组队吗？
- 请写出伪代码

	体重 (W)	力量 (P)
殷雪珂	90	240
徐闽泽	140	270
陈鹏光	100	210
傅子奇	150	280
张志伟	120	240