- 作业讲解
  - UD第13章问题3、4、5、7、11、13
  - UD第14章问题8、12、13、15
  - UD第15章问题1、6、7、11、12、13、14、15、20
  - UD第16章问题19、20、21、22
  - UD第27章项目6

# UD第13章问题4

- 关键证明：min(A∩N)存在、属于Z、唯一
  - Well-ordering principle of N (P135)

# UD第13章问题5(b)

- Make sure you look at all possibilities for A and X.
  - 如果A=X呢？
  - 如果A=∅呢？

# UD第13章问题7

- 如何证明ran(f)=R\{1/2}？
  - 从ran(f)中任取y=(x-5)/(2x-3)，证明y在R\{1/2}中
  - 从R\{1/2}中任取y，证明R中存在x（猜一个x），使得f(x)=y

# UD第14章问题15b

- ran(f·f)=?
  - 典型的错误1：$[0,+\infty)$
  - 典型的错误2：设ran(f)=(a,b)，则……

  - 正确答案：$\{x^2 : x \in \mathrm{ran}(f)\}$

# UD第15章问题6b

- What can you conclude about f and g from $f(g(x))=x$ and $g(f(x))=x$?
  - 互为反函数
- If you use a theorem, give a reference.
  - 定理15.4(iv)?
  - 定理15.8(iii)?

# UD第15章问题11

- If $g_1 \cdot f = g_2 \cdot f$ and f is bijective, must $g_1 = g_2$?
  - 如果利用函数相等的定义来证明，就必须从$\forall b \in B$开始

$\because f$是双射

$\therefore \forall b \in B, \exists a = f^{-1}(b) \in A$

$\because g_1 \circ f = g_2 \circ f$

$\therefore g_1(f(a)) = g_2(f(a))$

$\therefore g_1(b) = g_2(b)$

# UD第15章问题15

- 哪个条件更恰当？
  - $A \cap C = \Phi$
  - $\forall x \in A \cap C, f(x) = g(x)$

# UD第16章问题20a

$$\because f\left(A_1\right)=f\left(A_2\right)$$
$$\therefore f^{-1}\left(f\left(A_1\right)\right)=f^{-1}\left(f\left(A_2\right)\right)$$
$$\therefore A_1=A_2$$

- 错在哪儿？

# UD第16章问题21a

- 反例：$f^{-1}(B_1)=f^{-1}(B_2)=\Phi$

# UD第16章问题21b

$\forall b \in B_1$

$\because f$是满射

$\therefore \exists a \in X, f(a) = b$

$\therefore a \in f^{-1}(B_1) = f^{-1}(B_2)$

$\therefore f(a) \in B_2$

$\therefore b \in B_2$

$\therefore B_1 \subseteq B_2$

同理, $B_2 \subseteq B_1$

# UD第27章项目6(1)

$$\forall x \in dom(f)$$
$$\exists y, (x, y) \in f$$
$$\therefore \left( x, \frac{1}{y} \right) \in \frac{1}{f} = f^{-1}$$
$$\therefore f\left( \frac{1}{y} \right) = x$$
$$\therefore x \in ran(f)$$
$$\therefore dom(f) \subseteq ran(f)$$

$$\forall y \in ran(f)$$
$$\exists x, (y, x) \in f^{-1} = \frac{1}{f}$$
$$\therefore \left( y, \frac{1}{x} \right) \in f$$
$$\therefore y \in dom(f)$$
$$\therefore ran(f) \subseteq dom(f)$$