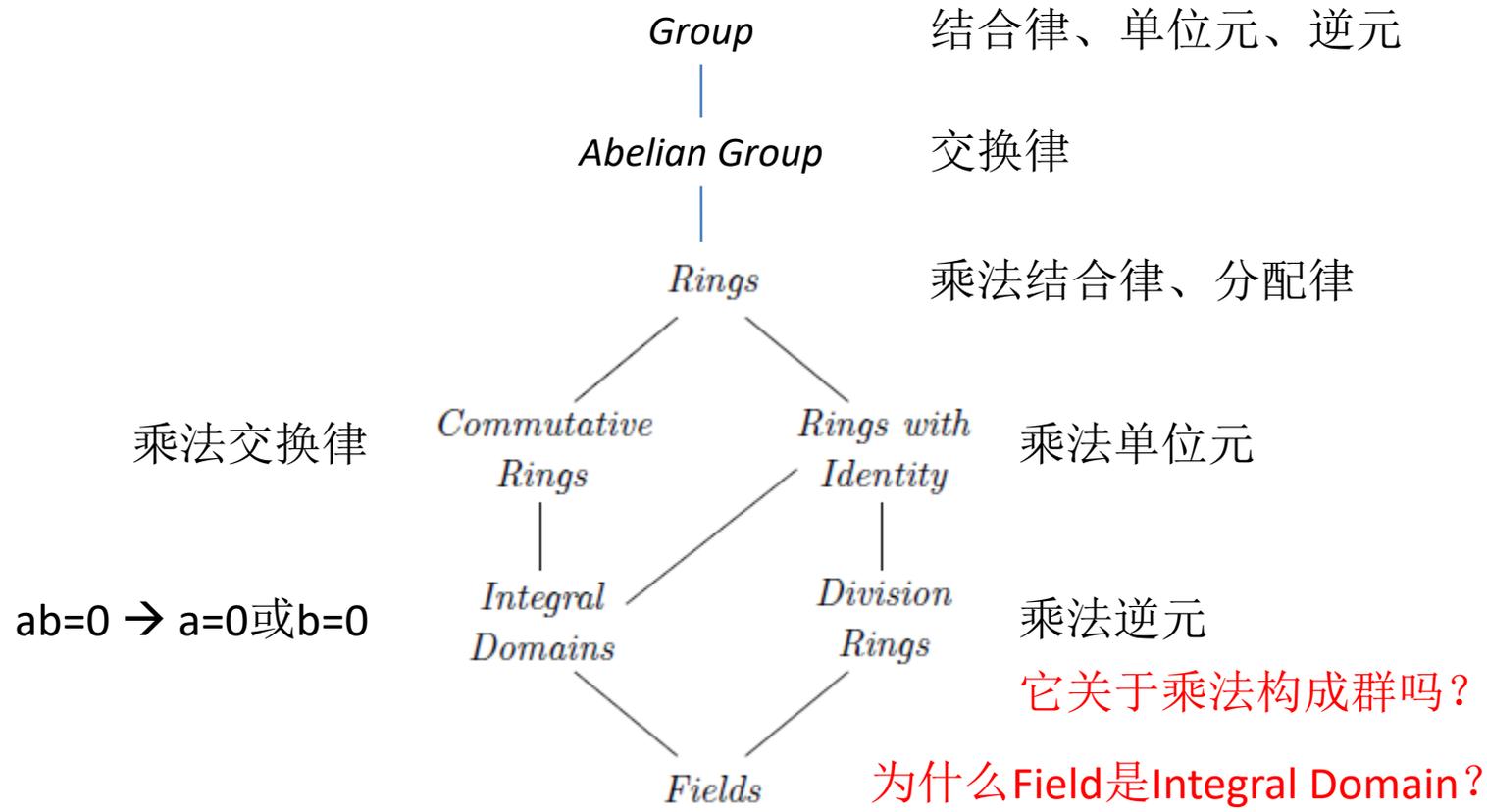


- 教材讨论
  - TJ第16章第1、2、5节

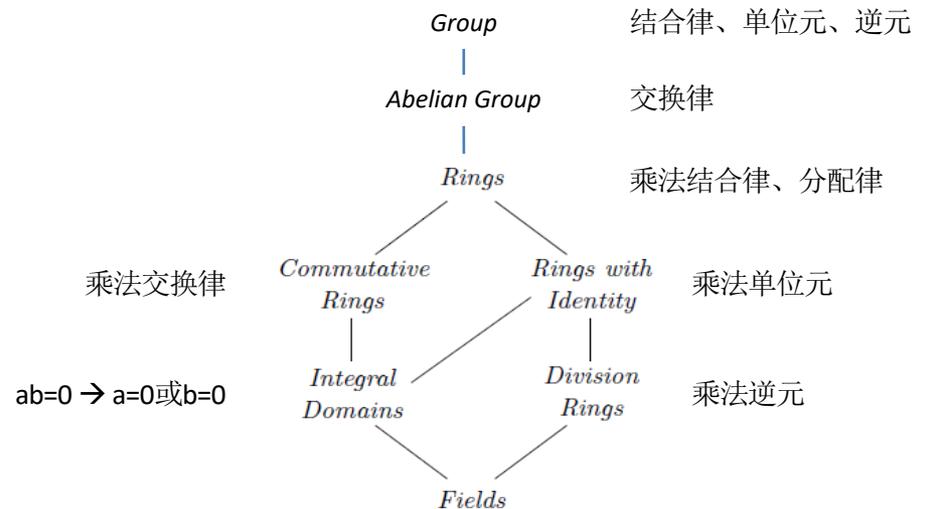
# 问题1：环和域

- 你能“增量式”地定义这些概念吗？



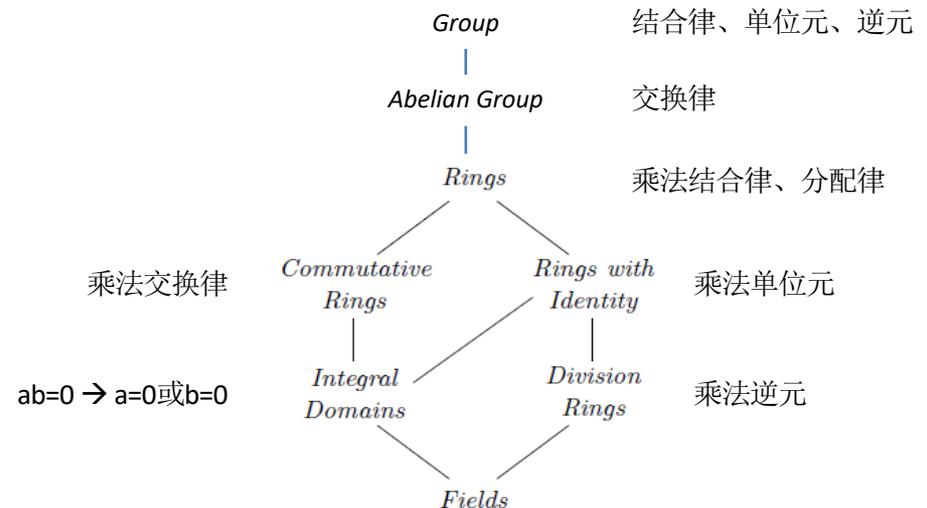
# 问题2：环和域的例子

- 自然数?
- 整数?
- 有理数?
- 实数?
- 复数?



# 问题2：环和域的例子

- 自然数?
  - 连Group都不是
- 整数?
  - Integral Domain
- 有理数?
  - Field
- 实数?
  - Field
- 复数?
  - Field



# 问题2: 环和域的例子 (续)

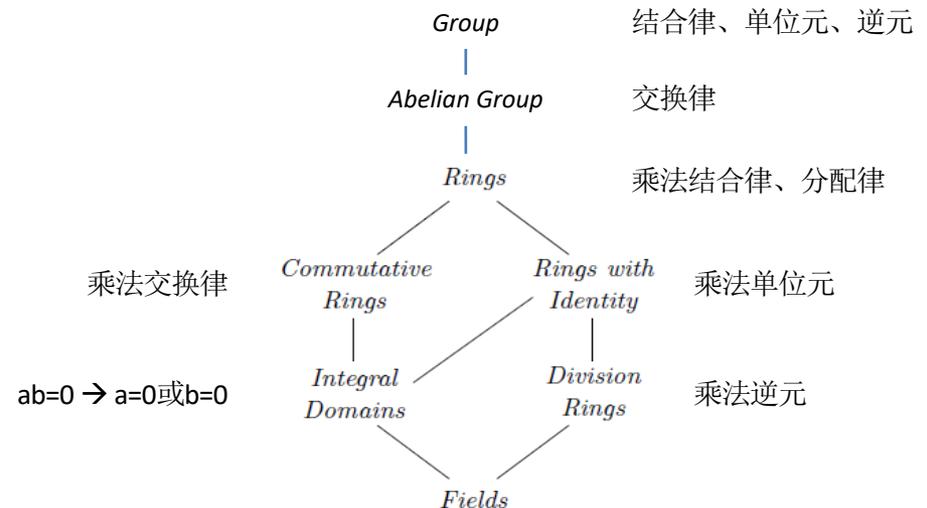
- Gaussian integer?
  - Integral Domain

$$\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}, \text{ where } i^2 = -1.$$



# 问题2: 环和域的例子 (续)

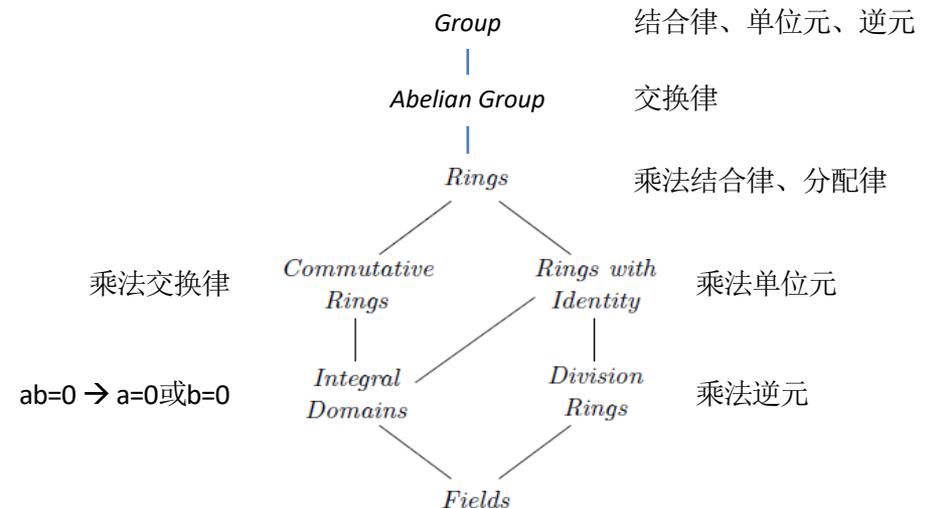
- $\mathbb{Z}_n$ ?
  - Commutative Ring & Ring with Identity
- 增加什么条件可以成为Field?
  - $n$ 是质数



# 问题2: 环和域的例子 (续)

- 2x2实数矩阵?
  - Ring with Identity

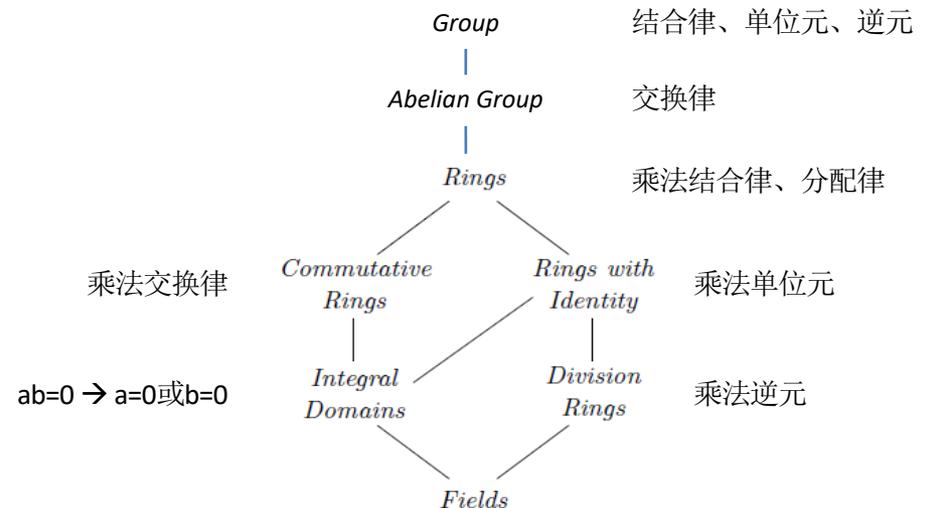
$$\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$



# 问题2: 环和域的例子 (续)

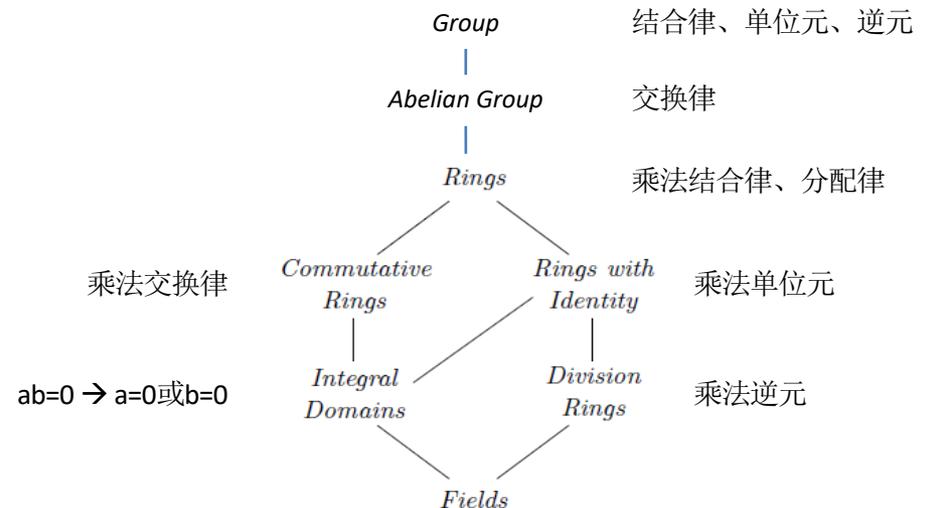
- 实数多项式?
  - Integral Domain

$$p = p_0 + p_1X + p_2X^2 + \cdots + p_{m-1}X^{m-1} + p_mX^m,$$



# 问题2：环和域的例子 (续)

- 怎样基于S的幂集构造一个Ring?
  - 加法：对称差
  - 乘法：交集
- 它是Commutative Ring吗？
- 它是Ring with Identity吗？
- 它是Integral Domain吗？
- 它是Division Ring吗？



# 问题3: 子环

• 你能找出以下环的子环吗?

– 整数

– Gaussian integer

$$\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}, \text{ where } i^2 = -1.$$

–  $\mathbb{Z}_n$

– 2x2实数矩阵

$$\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$

– 实数多项式

$$p = p_0 + p_1X + p_2X^2 + \cdots + p_{m-1}X^{m-1} + p_mX^m,$$

– S的幂集

