

- 作业讲解

- UD第1章问题2、3、4、5、6、8

- UD第27章项目1

- UD第2章问题1、5、6、7、8、10、11

- UD第3章问题2、6、7、8、9、10、11

- UD第4章问题1、5、7、9、13

UD第1章问题6

- RDSXCVIWTDGNXH... → CODINGTHEORYIS...
 - 计算机如何知道这种编码就是正确的？

UD第1章问题8

- 算法
 - http://en.wikipedia.org/wiki/Counterfeit_coin_problem#The_twelve-coin_problem
- 在线游戏
 - <http://nrich.maths.org/5796>

UD第2章问题1

- $P \rightarrow Q$
 - Q if P
 - P is sufficient for Q
 - Q is necessary for P
 - P only if Q
 - Q whenever P
- You can come to the party **only if** you have an invitation.
 - Have an invitation \rightarrow Come to the party ?
 - Come to the party \rightarrow Have an invitation ?

UD第2章问题6

- $\neg(P \rightarrow Q)$

$$\leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q)$$

$$\leftrightarrow \neg(\neg P) \wedge \neg Q$$

$$\leftrightarrow P \wedge \neg Q$$

- If T is continuous, then T is bounded.
 - 否定: T is continuous **and** T is **not** bounded.
- The number x is prime only if x is odd.
 - 否定: The number x is prime **and** x is **not** odd.

UD第4章问题5g

- There is a y such that $xy=0$ for every x .
 - 否定1: For all y , there is an x such that $xy \neq 0$
 - 否定2: There is an x such that for all y $xy \neq 0$
 - 两种写法等价吗?

UD第4章问题5j

- For all $\varepsilon > 0$, there exists $\delta > 0$ such that if x is a real number with $|x-1| < \delta$, then $|x^2-1| < \varepsilon$.
 - 符号化: $\forall \varepsilon, (\varepsilon > 0 \rightarrow \exists \delta, (\delta > 0 \wedge \forall x, (x \in R \wedge |x-1| < \delta \rightarrow |x^2-1| < \varepsilon)))$
 - 否定: $\exists \varepsilon, (\varepsilon > 0 \wedge \forall \delta, (\delta \leq 0 \vee \exists x, (x \in R \wedge |x-1| < \delta \wedge |x^2-1| \geq \varepsilon)))$
 - 亦即: $\exists \varepsilon, (\varepsilon > 0 \wedge \forall \delta, (\delta > 0 \rightarrow \exists x, (x \in R \wedge |x-1| < \delta \wedge |x^2-1| \geq \varepsilon)))$

UD第4章问题13c

- ① If l is a positive real number, then there exists a real number m such that $m > l$.

$$\forall l, (l > 0 \rightarrow \exists m, m > l)$$

- ② Every real number m is less than t .

$$\forall m, (m < t)$$

- ③ The real number t is not positive?

$$t > 0?$$

- 教材讨论
 - UD第5、17章
 - ES第24节
 - DH第2章第1、2单元

问题1：证明的方法

- 你理解这些证明方法了吗？
 - Direct proof
 - Proof by contradiction
 - Proof in cases
 - Mathematical induction
 - Pigeonhole principle

问题1：证明的方法 (续)

- 头脑风暴：这些方法分别适合于哪些题型？
 - Direct proof
 - Proof by contradiction
 - Proof in cases
 - Mathematical induction
 - Pigeonhole principle

问题1：证明的方法 (续)

- 你能用逻辑的方式说明它们正确性吗？
 - Direct proof
 - Proof by contradiction
 - Proof in cases
 - Mathematical induction
 - Pigeonhole principle

问题1: 证明的方法 (续)

- Proof by contradiction (这是大班讲过的例子)

问题1：证明的方法 (续)

- Proof by contradiction

- 条件：P

- 结论：Q

- $P \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P) \rightarrow Q$

- 是永真式

问题1: 证明的方法 (续)

- Direct proof

问题1：证明的方法 (续)

- Direct proof

- 条件: P_0

- 结论: P_n

- $P_0 \wedge (P_0 \rightarrow P_1) \wedge (P_1 \rightarrow P_2) \wedge \dots \wedge (P_{n-1} \rightarrow P_n) \rightarrow P_n$
是永真式

问题1: 证明的方法 (续)

- Proof in cases

问题1：证明的方法 (续)

- Proof in cases

- 条件：P

- 结论：Q

- $P \wedge (P \leftrightarrow P_1 \vee \dots \vee P_n) \wedge (P_1 \rightarrow Q) \wedge \dots \wedge (P_n \rightarrow Q) \rightarrow Q$
是永真式

问题1：证明的方法 (续)

- Mathematical induction

问题1: 证明的方法 (续)

- Mathematical induction

- 命题: P

- $P \leftrightarrow P_1 \wedge P_2 \wedge \dots$

- $\leftrightarrow P_1 \wedge (P_1 \rightarrow P_2) \wedge (P_2 \rightarrow P_3) \wedge \dots$

- 是永真式

问题1: 证明的方法 (续)

- Pigeonhole principle

问题2： 数学归纳法的应用

- 你能通过数学归纳法严谨地解释扑克牌魔术的原理吗？
 - 关键点： $P(n)$ 是什么？

问题2： 数学归纳法的应用 (续)

- 你能通过数学归纳法严谨地解释扑克牌魔术的原理吗？
 - 前提： n 为正偶数
 - 欲证： $P(n)$
 - 如果，总数为 n 的两个牌序列，无连续同色且末张不同；那么，洗完以后的牌序列，从首张起每2张不同色。
 - 数学归纳法
 - $n=2$ 时，证明两种情况.....
 - 假设 $n=k$ 时， $P(n)$ 成立，则 $n=k+2$ 时，证明两种情况.....

问题2：数学归纳法的应用 (续)

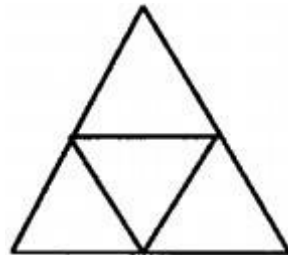
- 每个表达式总与一个合取/析取范式等价
 1. 当表达式中运算符的数量为0时.....
 2. 设表达式中运算符的数量为 k 时成立
 3. 对于任意一个运算符的数量为 k 的表达式，在最前或最后添加一个运算符和一个符号，使其成为一个运算符的数量为 $k+1$ 的表达式.....
- 这个证明过程正确吗？

问题3： 鸽巢原理的应用

- 在边长为1的等边三角形内任意选择5个点，存在2个点，其间距离至多为 $1/2$ 。
 - 鸽子？
 - 巢？

问题3： 鸽巢原理的应用 (续)

- 在边长为1的等边三角形内任意选择5个点，存在2个点，其间距离至多为 $1/2$ 。
 - 鸽子？
 - 巢？



问题3： 鸽巢原理的应用 (续)

- 在前12个自然数中任取7个数，一定存在两个数，其中的一个数是另一个数的整数倍。
 - 鸽子？
 - 巢？

问题3： 鸽巢原理的应用 (续)

- 在前12个自然数中任取7个数，一定存在两个数，其中的一个数是另一个数的整数倍。
 - 鸽子？
 - 巢？

$$A_1 = \{1 \cdot 2^0, 1 \cdot 2^1, 1 \cdot 2^2, 1 \cdot 2^3\}$$

$$A_2 = \{3 \cdot 2^0, 3 \cdot 2^1, 3 \cdot 2^2\}$$

$$A_3 = \{5 \cdot 2^0, 5 \cdot 2^1\}$$

$$A_4 = \{7 \cdot 2^0\}$$

$$A_5 = \{9 \cdot 2^0\}$$

$$A_6 = \{11 \cdot 2^0\}$$

问题4：控制结构与流程图

- 你能理解“选择排序”算法吗？
 1. Find the minimum value in the list.
 2. Swap it with the value in the first position.
 3. Repeat the steps above for the remainder of the list (starting at the second position and advancing each time).
- 它用到了哪些控制结构？
- 你能绘制出它的流程图吗？

24

12

78

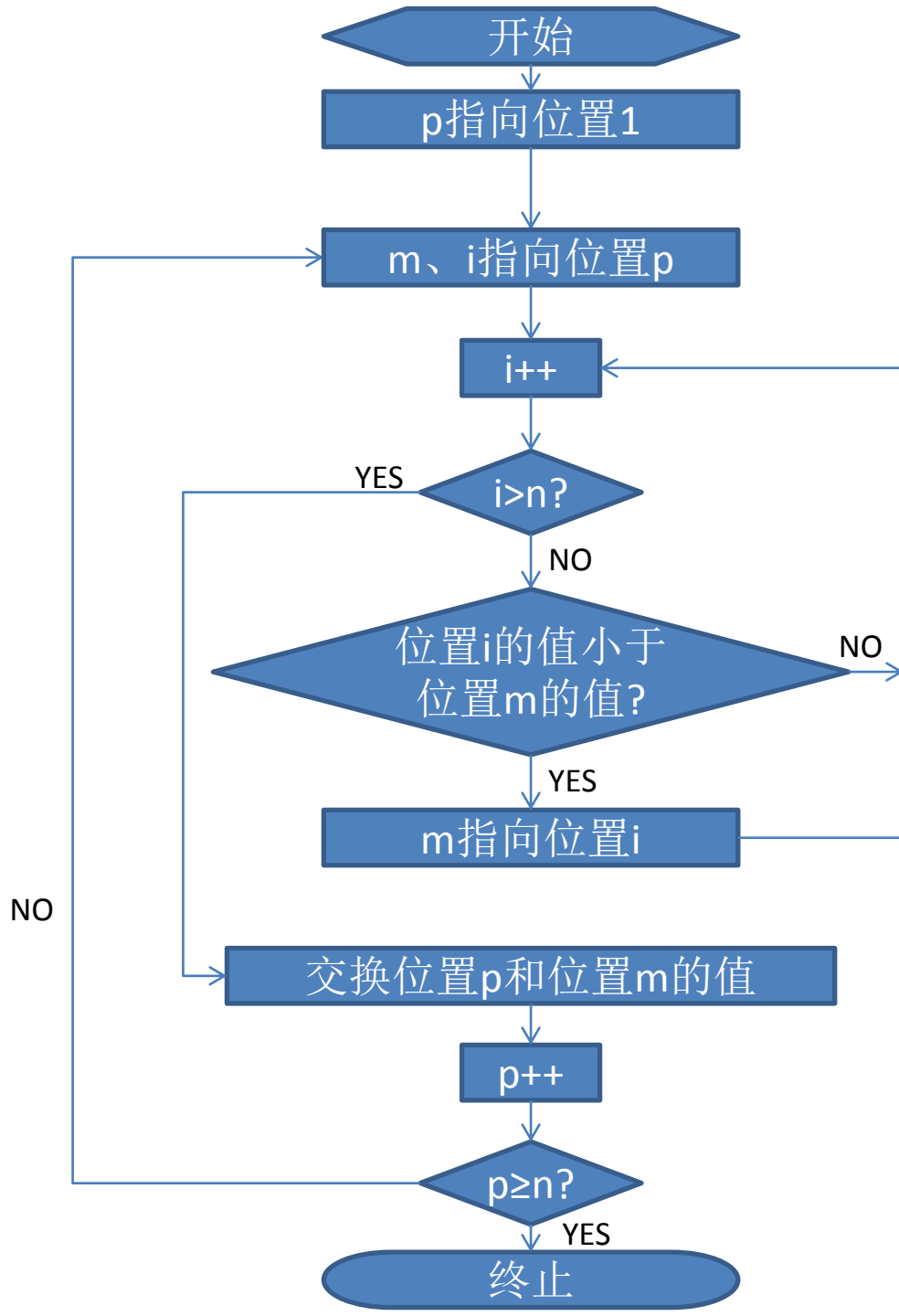
14

26

8

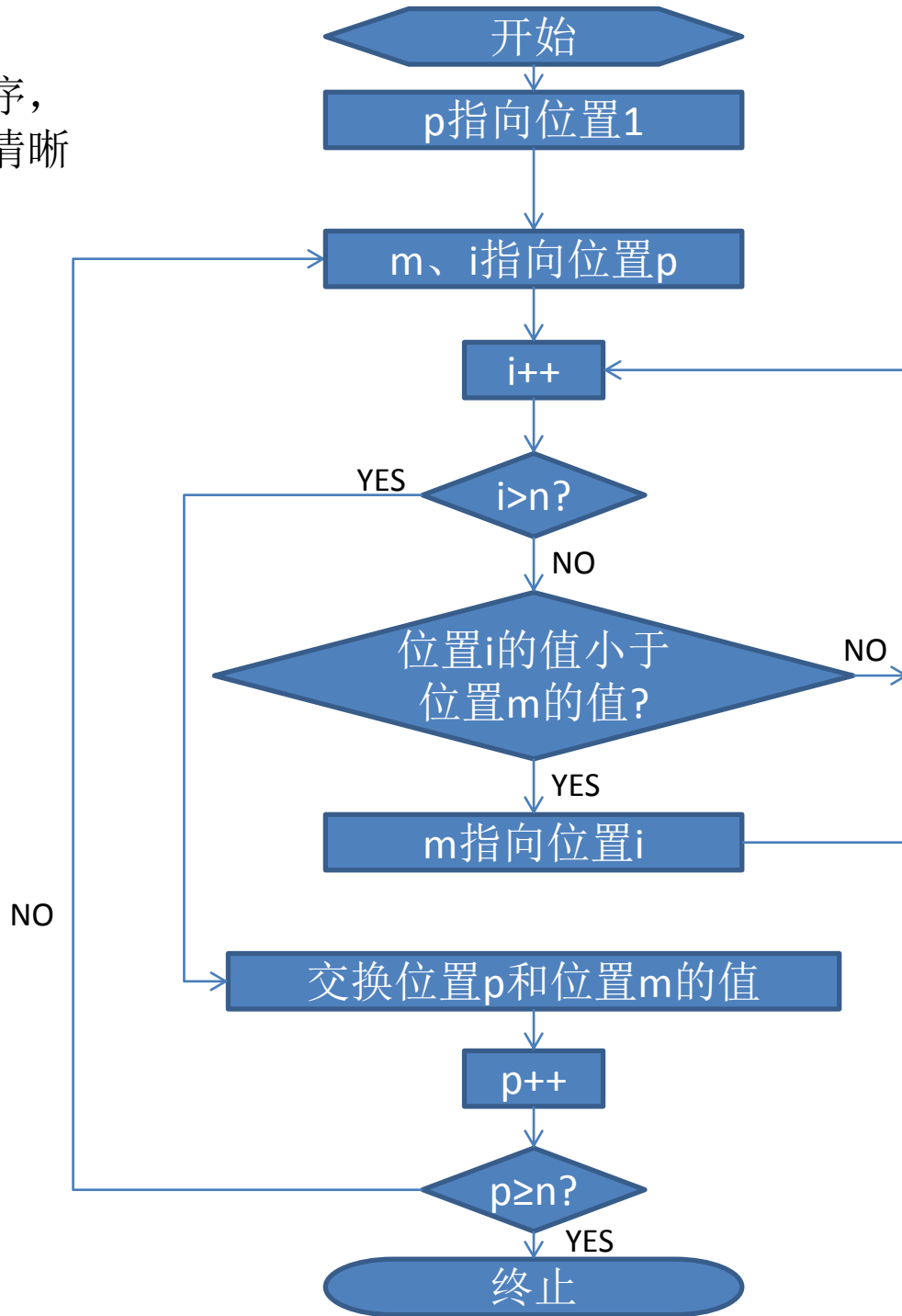
69

46



- 24
- 12
- 78
- 14
- 26
- 8
- 69
- 46

你能借助子程序，
绘制一种更加清晰
的流程图吗？



24

12

78

14

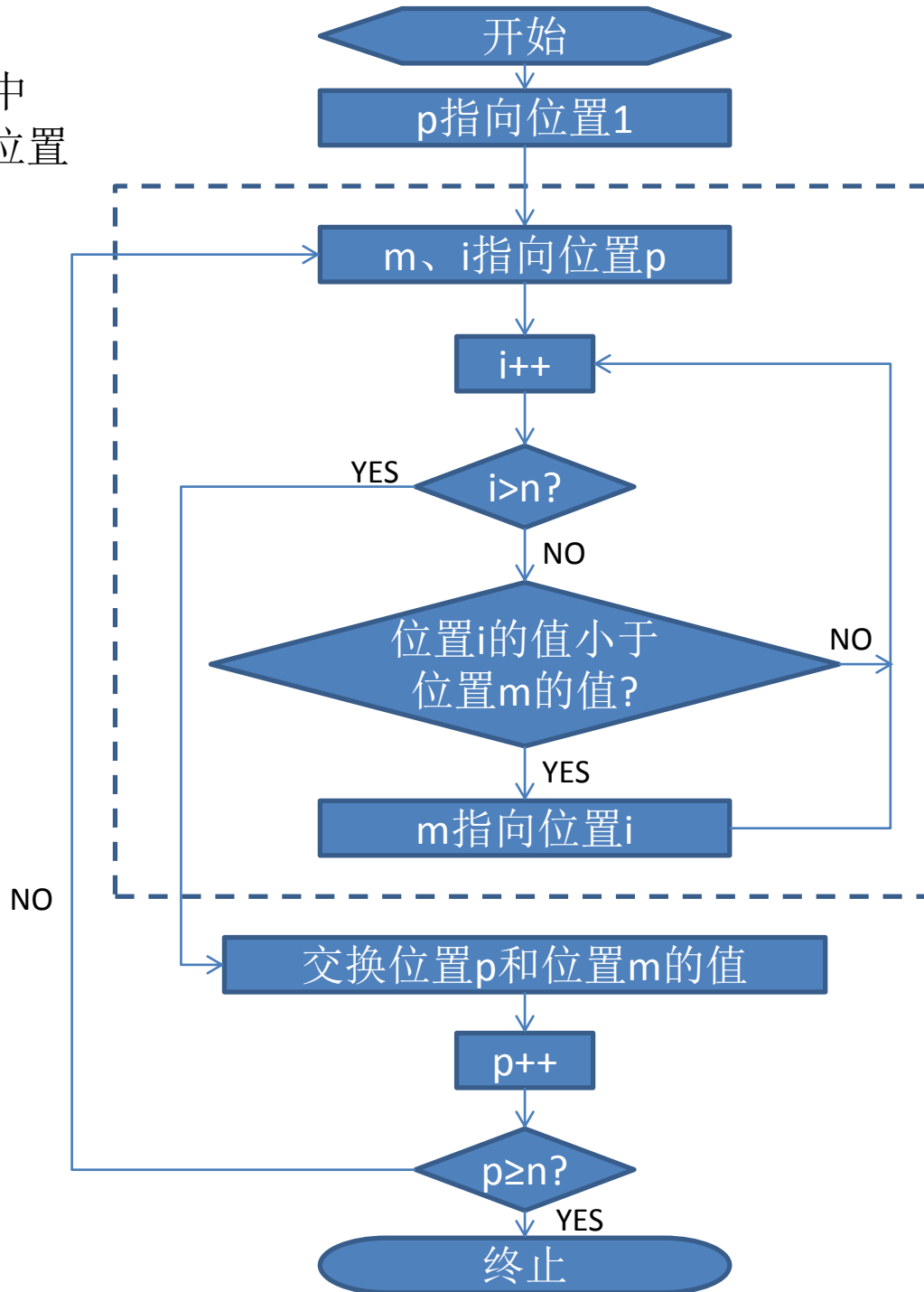
26

8

69

46

找到位置p到n中的
的最小值，其位置
记作m



24

12

78

14

26

8

69

46

问题5：子程序的作用

- 使用子程序有什么好处和坏处？

问题5：子程序的作用 (续)

- 使用子程序有什么好处和坏处？
 - Subroutines can be very economical as far as the size of an algorithm is concerned.
 - Subroutines not only shorten algorithms but also make them clear and well structured.
 - All that the user of the subroutine has to know is what it does, but not how it does.
 - Using subroutines, it is possible to develop a complex algorithm gradually step by step.